ΜΑΘΗΜΑ / ΤΑΞΗ :	**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ**
ΣΕΙΡΑ:	
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:	

Θέμα 1ο

Δίνεται η συνεχής συνάρτηση $f(x)=\ln\sqrt{3-x}$ και οι πραγματικοί αριθμοί α, 3,10, β. Η διάμεσος των παραπάνω αριθμών είναι δ=−1, η μέση τιμή αυτών είναι $\bar{x}=-1$ και για τους α, β ισχύει: f(α)<f(β)

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f και να τη μελετήσετε ως προς τη μονοτονία.

β) Να δείξετε ότι α=−5 και β=−12

γ) Δίνεται, επιπλέον, ο επόμενος πίνακας κατανομής συχνοτήτων, που παρουσιάζει τον χρόνο σε λεπτά που απαιτείται, ώστε, 50 εργαζόμενοι να φτάσουν στον τόπο εργασίας τους. Οι τιμές του χρόνου έχουν ομαδοποιηθεί σε 5 κλάσεις ίσου πλάτους.

[-)	x_i	v_i	N_i	f_i	F_i	$x_i v_i$
[-)						40
[-25)		$-100f'(-2)$				
[-)						
[-)	40	$-\frac{5}{f'(1)}$				
[-)				$-\frac{1}{200f'(-7)}$		
ΣΥΝΟΛΟ						

i) Να δείξετε ότι το πλάτος των κλάσεων είναι c =10

ii) Να συμπληρώσετε τον πίνακα και να βρείτε τη μέση τιμή των τιμών του χρόνου.

iii) Να βρείτε το ποσοστό των εργαζομένων που χρειάζονται τουλάχιστον 12,5 λεπτά, αλλά το πολύ 30 λεπτά, ώστε να φτάσουν στον τόπο εργασίας τους.

Θέμα 2ο

Δίνεται η συνάρτηση $F(x)=2x^3-\lambda x^2$

α) Να βρεθεί η $F'(x)$

β) Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης (ε) της C_f στο σημείο $A(2,f(2))$.

γ) Θεωρούμε τον δ.χ. Ω={-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5} ενός πειράματος τύχης αποτελούμενο από απλά και ισοπίθανα ενδεχόμενα και $\lambda\in\Omega$. Να βρεθούν οι πιθανότητες των ενδεχομένων:

$A=\{\lambda\in\Omega/$ η ευθεία (ε) παράλληλη στην ευθεία (η) : $y=8x-2\}$

$B=\{\lambda\in\Omega/$ η ευθεία (ε) κάθετη στην ευθεία (ζ) : $y=-\frac{1}{4}x+3\}$

$\Gamma=\{\lambda\in\Omega/\lim\limits_{x\to1}F(x)=\lambda^2\}$

$\Delta=\{\lambda\in\Omega/$ο ρυθμός μεταβολής της F παίρνει ελάχιστη τιμή $-\frac{3}{2}\}$

Θέμα 3ο

Α. Έστω ένα δείγμα ν παρατηρήσεων μιας μεταβλητής Χ και ο δειγματικός χώρος $\Omega=\{\delta,\bar{x},s,s^2,CV\}$ ενός πειράματος τύχης, όπου δ η διάμεσος, $\bar{x}$ η μέση τιμή, s η τυπική απόκλιση, s^2 η διακύμανση και CV ο συντελεστής μεταβολής του δείγματος.

Τρία από τα πέντε απλά ενδεχόμενα του Ω είναι οι αριθμοί -2, 0, 4. Οι αριθμοί -2 και 0 εκφράζονται με τις μονάδες των παρατηρήσεων ενώ ο αριθμός 4 εκφράζεται με το τετράγωνο των μονάδων των παρατηρήσεων

α) Να αποδείξετε ότι ο δειγματικός χώρος είναι Ω={-2,0,1,2,4}.

β) Να αποδείξετε ότι η μεταβλητή Χ δεν ακολουθεί την κανονική κατανομή.

γ) Αν η κατανομή παρουσιάζει ασυμμετρία, να βρείτε το είδος της (θετική ή αρνητική;).

δ) Αν για τις πιθανότητες των απλών ενδεχομένων x του Ω ισχύει: $P(x)=\begin{cases}3\cdot4^x, & \text{αν } x<0\\ \frac{1}{4x}, & \text{αν } x>0\end{cases}$ να βρείτε:

i) την πιθανότητα P(0).

ii) τις πιθανότητες να επιλεγεί

Α. "μέτρο θέσης."
Β. "μέτρο διασποράς ή σχετικής διασποράς."
Γ. "μέτρο που εκφράζεται με τις μονάδες των παρατηρήσεων."

Β. Έστω οι συναρτήσεις $f(x)=xe^{-x}$ και $g(x)=5-(x+1)e^{-x}$, $x\in R$.

α) Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς την μονοτονία και τα ακρότατα.

β) Να αποδείξετε ότι $f(x)\leq\frac{1}{e}$, για κάθε $x\in R$.

γ) Οι παρατηρήσεις ενός δείγματος μεγέθους ν ακολουθούν την κανονική κατανομή με μέση τιμή $\bar{x}=g(0)$ και τυπική απόκλιση $s=g'(a)$. Από τις παρατηρήσεις αυτές οι 1900 ανήκουν στο διάστημα $(4,\ 4+\frac{2\alpha}{e^{\alpha}})$, όπου $a>0$. Να αποδείξετε ότι:

i) $\bar{x}=4$ και $s=f(a)$

ii) $v=4000$

iii) το δείγμα είναι ομοιογενές.

Από το Μαθηματικό Τμήμα των Φροντιστηρίων Πουκαμισάς Ηρακλείου συνεργαστήκαν: Γ.Ανδρουλιδάκης, Μ.Βυνιχάκης, Α.Δουλγεράκης, Η.Μαργαρίτη, Μ.Μπαρμπούνη, Α.Τσιλιφώνης.