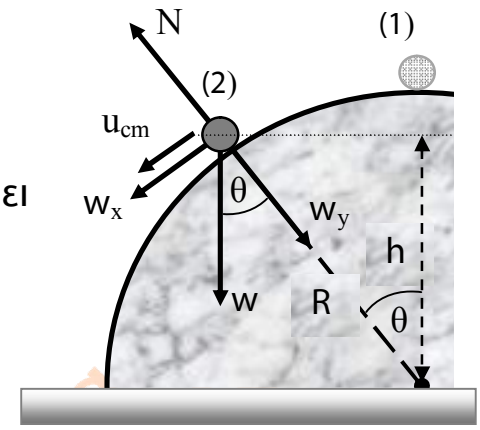
Λύσεις

Κατά την κίνηση του σφαιριδίου πάνω στη σφαιρική επιφάνεια, η συνισταμένη δύναμη στη διεύθυνση της ακτίνας παίζει το ρόλο κεντρομόλου δύναμης.



Άρα : $\Sigma F_y = F_{\kappa\varepsilon\nu\tau\rho} \Leftrightarrow w_y - \mathrm{N} = \dfrac{m\,u_{cm}^2}{R}$.

Στη θέση που το σφαιρίδιο χάνει επαφή με την επιφάνεια πάνω στην οποία κυλάει χωρίς να ολισθαίνει, ισχύει $\mathrm{N} = 0$.

Άρα : $w_y = \dfrac{m\,u_{cm}^2}{R} \Leftrightarrow u_{cm} = \sqrt{\dfrac{w_y R}{m}} =$

$= \sqrt{\dfrac{mgR\,\sigma\upsilon\nu\theta}{m}} = \sqrt{\dfrac{mgR\,h/R}{m}} \Leftrightarrow u_{cm} = \sqrt{gh}\ (1)$. Με χρήση της Α.Δ.Μ.Ε. ανάμεσα στις θέσεις (1) και (2) παίρνουμε :

$$mgR = mgh + \frac{1}{2}mu_{cm}^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \Leftrightarrow mgR = mgh + \frac{1}{2}mu_{cm}^2 + \frac{1}{2}\frac{2}{5}mr^2\omega^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow mgR = mgh + \frac{1}{2}mu_{cm}^2 + \frac{1}{5}mu_{cm}^2 \Leftrightarrow gR = gh + \frac{7}{10}u_{cm}^2 \Leftrightarrow$$

$g(R-h) = \dfrac{7}{10}u_{cm}^2 \Leftrightarrow u_{cm} = \sqrt{\dfrac{10g(R-h)}{7}}\ (2)$. Από τις σχέσεις (1) και (2) παίρνουμε : $\sqrt{\dfrac{10g(R-h)}{7}} = \sqrt{gh} \Leftrightarrow \dfrac{10(R-h)}{7} = h \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow 10R - 10h = 7h \Leftrightarrow 10R = 17h \Leftrightarrow h = \frac{10R}{17}.$$

<u>Σωστή απάντηση είναι η (γ)</u>

Άσκηση

Ο μηχανοδηγός του τρένου Α ακούει ταυτόχρονα τον ήχο από τη δική του κόρνα με συχνότητα $f_A = 1550Hz$ και τον ήχο από την κόρνα του Β με συχνότητα $f_A' = \frac{\upsilon + \upsilon_A}{\upsilon - \upsilon_B} \cdot f_B = \frac{340+30}{340-20} \cdot 1600 =$

$= \frac{370}{320} \cdot 1600 = 1850Hz$. Αντίστοιχα ο μηχανοδηγός του τρένου Β ακούει ταυτόχρονα τον ήχο από τη δική του κόρνα με συχνότητα $f_B = 1600Hz$ και τον ήχο από την κόρνα του Α με συχνότητα

$f_B' = \frac{\upsilon + \upsilon_B}{\upsilon - \upsilon_A} \cdot f_A = \frac{340+20}{340-30} \cdot 1550 = \frac{360}{310} \cdot 1550 =$

$= 1800Hz$. Το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών παύσεων του ήχου είναι ίσο με την περίοδο του διακροτήματος

- για τον οδηγό Α : $T_{\delta,A} = \frac{1}{f_A' - f_A} = \frac{1}{1850-1550} = \frac{1}{300}s$
- για τον οδηγό Β : $T_{\delta,B} = \frac{1}{f_B' - f_B} = \frac{1}{1800-1600} = \frac{1}{200}s$

Πρόβλημα

α. Η φωτεινή πηγή ξεκινά την ταλάντωσή της από το σημείο Ν της διαμέτρου ΛΝ αφού τη χρονική στιγμή t=0s η απομάκρυνσή της από το κέντρο Ο είναι : $x = A\eta\mu(\frac{\pi}{2}) \Leftrightarrow x = +A = x_N$

Όταν η κινητική ενέργεια ισούται με την δυναμική της ταλάντωσης εφαρμόζοντας την Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας της, οι απομακρύνσεις της πηγής από το Ο προκύπτουν:

$K + U = E \Leftrightarrow 2U = E \Leftrightarrow 2\frac{1}{2}Dx^2 = \frac{1}{2}DA^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{A^2}{2} \Leftrightarrow x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}A$ η 1η φορά που ισχύει K = U συμβαίνει όταν $x = +\frac{\sqrt{2}}{2}A$. όμως τότε η πηγή βρίσκεται σε απόσταση $d_1 = 10\sqrt{2}cm$ από το κέντρο Ο. Συνεπώς

φροντιστήρια πουκαμισάς

$x = d_1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}A = d_1 \Leftrightarrow A = d_1\sqrt{2} \Leftrightarrow A = 20cm$. Άρα η διάμετρος του δοχείου έχει μήκος : $d = 2A = 40cm$. Επομένως η χρονική εξίσωση απομάκρυνσης της πηγής από το Ο γίνεται :

$x = 20\eta\mu(\omega t + \frac{\pi}{2})$ $(t \to s, x \to cm)$. Ακόμα θα πρέπει:

$t_1 < \frac{T}{4} \Leftrightarrow \frac{\pi}{40}s < \frac{T}{4} \Leftrightarrow T > \frac{\pi}{10}s \Leftrightarrow \frac{2\pi}{\omega} > \frac{\pi}{10}s \Leftrightarrow \omega < 20\ rad/s$ (1).

Για τη στιγμή $t = t_1 = \frac{\pi}{40}s$ ισχύει: $x = d_1 = 10\sqrt{2}cm$ με υ<0.

Έτσι προκύπτει: $d_1 = 20\eta\mu(\omega_1 t + \frac{\pi}{2}) \Leftrightarrow$

$10\sqrt{2} = 20\eta\mu(\omega\frac{\pi}{40} + \frac{\pi}{2}) \Leftrightarrow \eta\mu(\omega\frac{\pi}{40} + \frac{\pi}{2}) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \eta\mu(\omega\frac{\pi}{40} + \frac{\pi}{2}) =$

$= \eta\mu\frac{\pi}{4}$. Οπότε: $\frac{\pi}{40}\omega + \frac{\pi}{2} = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{4}$ ή $\frac{\pi}{40}\omega + \frac{\pi}{2} = 2\kappa\pi + \frac{3\pi}{4}$

- για κ=0 προκύπτουν: ω = -10rad/s και ω = +10rad/s
- για κ=1 προκύπτουν: ω = 70rad/s και ω = +90rad/s, κτλ

άρα η κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης από τον περιορισμό (1) είναι : ω = +10rad/s και η περίοδος : T = 2π/ω ή T = 0,2π s

β. το μέτρο της δύναμης επαναφοράς που ασκείται στην πηγή προκύπτει:

$F_{\varepsilon\pi} = -Dx$ ή $F_{\varepsilon\pi} = -m\omega^2 x$ ή $|F_{\varepsilon\pi}| = -m\omega^2|x|$

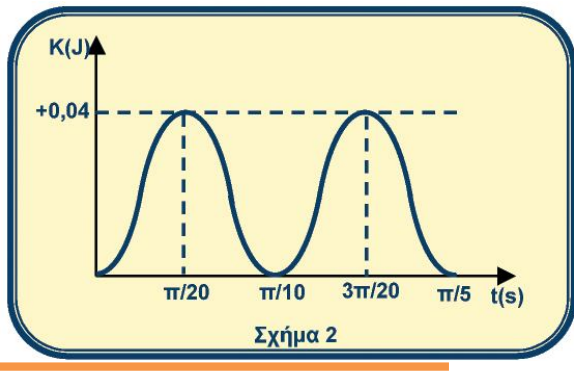
Συνεπώς το μέτρο της μέγιστης δύναμης επαναφοράς είναι

$|F_{\varepsilon\pi}|_{max} = -m\omega^2 A = 0,4N$. Η χρονική εξίσωση της κινητικής ενέργειας της πηγής είναι η : $K = E\sigma\upsilon\nu^2(\omega t + \varphi_0) =$

$= \frac{1}{2}DA^2\sigma\upsilon\nu^2(\omega t + \varphi_0) = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2\sigma\upsilon\nu^2(\omega t + \varphi_0) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow K = 0,04\eta\mu^2(10t)$ (S.I.)

Η ζητούμενη γραφική παράσταση για την πρώτη περίοδο της



Σχήμα 2

φροντιστήρια πουκαμισάς

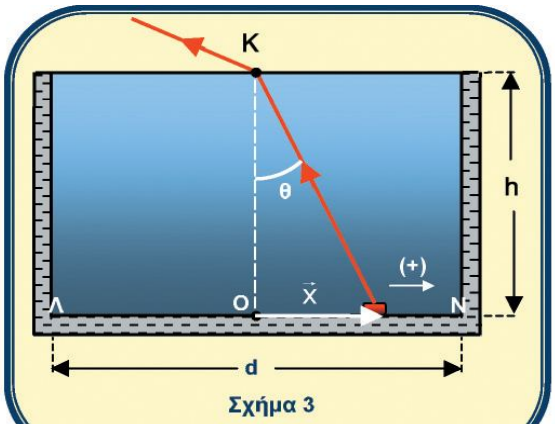
ταλάντωσης της πηγής φαίνεται στο σχήμα 2.

γ. Η ακτινοβολία εξέρχεται από το σημείο Κ της επιφάνειας του υγρού όταν η γωνία πρόσπτωσης είναι μικρότερη ή ίση με την οριακή γωνία θ_{crit} για την οποία ισχύει :

$\eta\mu\theta_{crit} = \frac{1}{n}$. Δηλαδή

για την γωνία πρόσπτωσης θ (σχήμα 3) πρέπει να ισχύει:

$\theta \le \theta_{crit}$ ή $\eta\mu\theta \le \eta\mu\theta_{crit}$ ή



Σχήμα 3

$$\frac{|x|}{\sqrt{x^2+h^2}} \le \frac{1}{n} \Leftrightarrow x^2n^2 \le x^2+h^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2(n^2-1) \le h^2 \Leftrightarrow x^2 \le \frac{h^2}{(n^2-1)} \Leftrightarrow -\frac{h}{\sqrt{n^2-1}} \le x \le \frac{h}{\sqrt{n^2-1}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -10cm \le x \le 10cm \Leftrightarrow -10 \le 20\eta\mu\left(10t+\frac{\pi}{2}\right) \le 10 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \le \eta\mu\left(10t+\frac{\pi}{2}\right) \le \frac{1}{2}$$ Άρα

για την πρώτη περίοδο της ταλάντωσης της πηγής ισχύει:

- $\eta\mu\left(\frac{7\pi}{6}\right) \le \eta\mu\left(10t+\frac{\pi}{2}\right) \le \eta\mu\left(\frac{5\pi}{6}\right) \Leftrightarrow \frac{7\pi}{6} \ge 10t+\frac{\pi}{2} \ge \frac{5\pi}{6} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{2\pi}{30}s \ge t \ge \frac{\pi}{30}s$. Επομένως όσο η πηγή κινείται προς την αρνητική κατεύθυνση εξέρχεται μονοχρωματική ακτινοβολία για χρονικό διάστημα

$$\Delta t_1 = \frac{2\pi}{30} - \frac{\pi}{30} = \frac{\pi}{30}s$$

- $\eta\mu\left(\frac{11\pi}{6}\right) \le \eta\mu\left(10t+\frac{\pi}{2}\right) \le \eta\mu\left(\frac{13\pi}{6}\right) \Leftrightarrow \frac{11\pi}{6} \le 10t+\frac{\pi}{2} \le \frac{13\pi}{6} \Leftrightarrow$

$\frac{4\pi}{30}s \le t \le \frac{5\pi}{30}s$. Ομοίως όσο η πηγή κινείται προς τη θετική κατεύθυνση εξέρχεται μονοχρωματική ακτινοβολία για χρονικό διάστημα

$\Delta t_2 = \frac{5\pi}{30} - \frac{4\pi}{30} = \frac{\pi}{30} s$. Το συνολικό χρονικό διάστημα κατά τη διάρκεια της πρώτης περιόδου της ταλάντωσης της πηγής που η μονοχρωματική ακτινοβολία εξέρχεται από το υγρό είναι

$$\Delta t_{ολ} = \Delta t_1 + \Delta t_2 \Leftrightarrow \Delta t_{ολ} = \frac{2\pi}{30} s = \frac{\pi}{15} s$$

δ. Για να εξέρχεται συνεχώς η ακτινοβολία στον αέρα πρέπει:

$|x| \le \frac{h}{\sqrt{n^2 - 1}} = 10cm = \frac{d}{4}$. Τότε η μέγιστη ενέργεια της ταλάντωσης είναι :

$E_{max} = \frac{1}{2} D \left(\frac{d}{4}\right)^2 = 10^{-2} Joule$, άρα για την ενέργεια της ταλάντωσης πρέπει να ισχύει: $0 < E \le E_{max} \Leftrightarrow 0 < E \le 10^{-2} Joule$

Από το Φυσικό Τμήμα των Φροντιστηρίων Πουκαμισάς Ηρακλείου συνεργάστηκαν :
Γ. Μαραγκάκης , Ζ. Μαυρομανωλάκης ,
Σ. Ψυχαράκης, Ν. Μπρίγγος