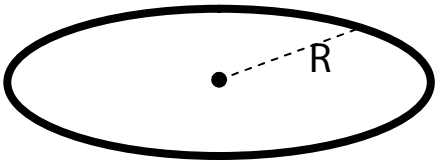
ΛΥΣΕΙΣ

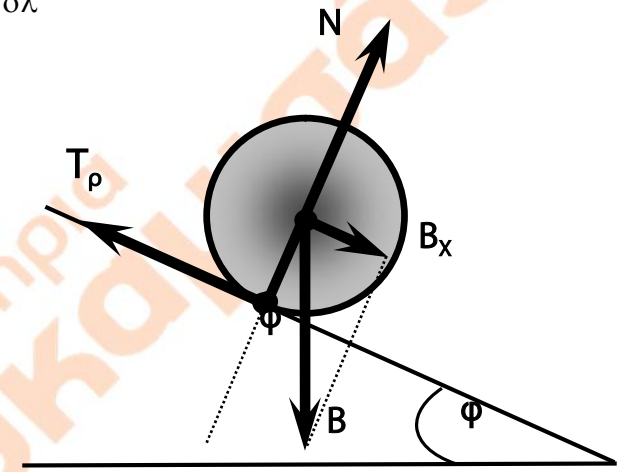


1) α) Χωρίζουμε το δακτύλιο σε άπειρες σημειακές μάζες (m_1, m_2, m_3,…). Η ροπή αδράνειας ολόκληρου του δακτυλίου είναι ίση με το άθροισμα των ροπών αδράνειας κάθε σημειακής μάζας.

$$\text{Δηλαδή } I_{ολ} = I_{m1} + I_{m2} + I_{m3} + \ldots = m_1R^2 + m_2R^2 + m_3R^2 + \ldots$$

$$= (m_1 + m_2 + m_3 + \ldots)R^2 = m_{ολ}R^2 = MR^2$$

Σωστή απάντηση η (ii)



β) Για το δακτύλιο ισχύει :

$$\sum F_x = M\,\alpha_{cm1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B_x - T_\rho = M\,\alpha_{cm1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Mg\,ημφ - T_\rho = M\,\alpha_{cm1} (1)$$

$$\text{και } \sum \tau = I_1\,\alpha_{γων1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_\rho R = I_1\,\alpha_{γων1} \Rightarrow T_\rho R = MR^2\,\alpha_{γων1}\ (2)$$

Όμως στην κύλιση χωρίς ολίσθηση ισχύει : $\alpha_{γων} = \dfrac{\alpha_{cm}}{R}$ (3)

Από τις σχέσεις (1) (2) και (3) παίρνουμε : $\alpha_{cm1} = \dfrac{g\,ημφ}{2}$ (4)

Ομοίως για τον κύλινδρο βρίσκουμε : $\alpha_{cm2} = \dfrac{2g\,ημφ}{3}$ (5)

Άρα ισχύει : $\dfrac{\alpha_{cm1}}{\alpha_{cm2}} = \dfrac{3}{4}$ Σωστή απάντηση η (iii)

2) Κατά τη κρούση διατηρείται η ορμή: $P_{\text{-}a}^{(®°§¬)} = P_{\text{-}a}^{(«£²~)} \Leftrightarrow$

$m_1υ_1+m_2υ_2 = m_1υ_1'+m_2υ_2'$ και επειδή $m_1 = m_2$:

$υ_1+υ_2 = υ_1'+υ_2' \Leftrightarrow υ_1 - υ_1' = υ_2' - υ_2$ (1)

φροντιστήρια πουκαμισάς

Επειδή η κρούση είναι ελαστική:

$$K_{\text{-a}}^{(®°§¬)} = K_{\text{-a}}^{(«£²\acute{\alpha})} \Leftrightarrow \frac{1}{2}m_1 3_1^2 + \frac{1}{2}m_2 3_2^2 = \frac{1}{2}m_1 3'^2_1 + \frac{1}{2}m_2 3'^2_2 \Leftrightarrow$$

$$3_1^2 + 3_2^2 = 3'^2_1 + 3'^2_2 \Leftrightarrow 3_1^2 - 3'^2_1 = 3'^2_2 - 3_2^2 \Leftrightarrow$$

$$\Rightarrow (3_1 + 3'_1)(3_1 - 3'_1) = (3'_2 + 3_2)(3'_2 - 3_2) \ (2)$$

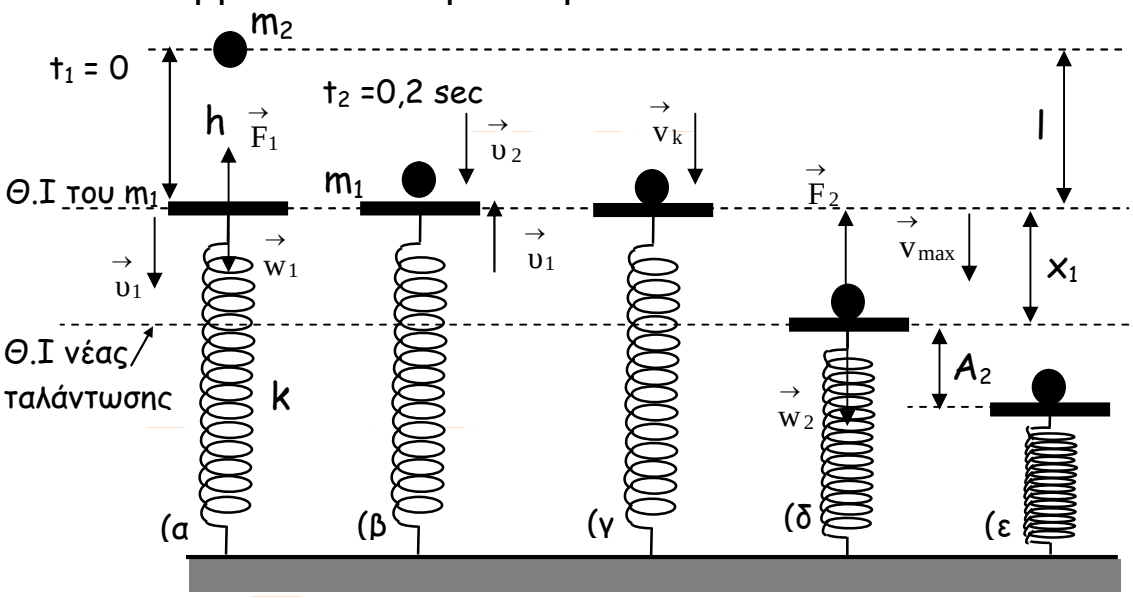
Διαιρούμε κατά μέλη τις (1) και (2) οπότε: $\upsilon_1 + \upsilon_1' = \upsilon_2' + \upsilon_2$ (3)
Προσθέτοντας τις (1) και (3) κατά μέλη: $2\upsilon_1 = 2\upsilon_2'$ ή $\upsilon_1 = \upsilon_2'$ και τελικά $\upsilon_2 = \upsilon_2'$, άρα οι σφαίρες ανταλλάσσουν ταχύτητες.

ΘΕΜΑ 3ο

α) Το m_2 κάνει ελεύθερη πτώση $h=1/2\cdot g\cdot t_2^2 \Rightarrow t_2=0,2s$

Η περίοδος ταλάντωσης του m_1-k είναι $T_1 = 2\pi\sqrt{m_1/K} \Rightarrow T_1=0,4s$

Κατά τη διάρκεια πτώσης του m_2, το m_1 έχει εκτελέσει μισή ταλάντωση. Άρα για $t_1=0$ το m_1 διέρχεται από την θέση ισορροπίας κινούμενο προς τα κάτω.



β) Για τις ταχύτητες των σωμάτων ελάχιστα πριν την κρούση

(θέση β) είναι $m_2 : 3_2 = gt_2 \Rightarrow 3_2 = 2\,m/\text{sec}$

$$©\sim§\ m_1 : 3_1 = \mu A_1 = \frac{2®}{T_1}A_1 \Rightarrow 3_1 = 1,5\,m/\text{sec}$$

Από Α.Δ.Ο. έχουμε : $m_1u_1-m_2u_2=(m_1+m_2)v_k \Rightarrow v_k=-0,25m/s$
Άρα το συσσωμάτωμα μετά την κρούση (θέση γ) θα συνεχίσει την κίνηση του προς τα κάτω.

γ) Η νέα θέση ισορροπίας της ταλάντωσης είναι χαμηλότερα της αρχικής κατά x_1
Θέση α: $\Sigma F=0 \Rightarrow w_1-F_1=0 \Rightarrow m_1g-kl=0$ (1)
Θέση δ: $\Sigma F=0 \Rightarrow w_2-F_2=0 \Rightarrow (m_1+m_2)g-k(l+x_1)=0$ η οποία με τη βοήθεια της (1) δίνει $x_1=m_2g/k \Rightarrow x_1=0,4/\pi^2$ m

δ)Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας για την ταλάντωση έχουμε:

$$U_\gamma+K_\gamma=U_\delta \Rightarrow \frac{1}{2}kx_1^2+\frac{1}{2}(m_1+m_2)v_k^2=\frac{1}{2}kA_2^2 \Rightarrow$$

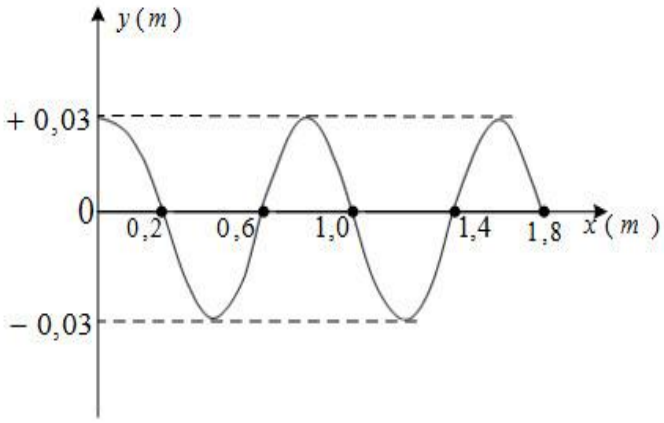
$$A_2=\sqrt{x_1^2+\frac{m_1+m_2}{k}v_k^2} \Rightarrow A_2=0,1/\pi\sqrt{2,1}\ m$$

ΘΕΜΑ 4ο

α) Τα σημεία του ελαστικού μέσου που ταλαντώνονται διέρχονται ταυτόχρονα από τις θέσεις ισορροπίας της ταλάντωσης τους, κάθε $\frac{T}{2}$, όπου Τ η περίοδος της ταλάντωσης τους. Ισχύει: $\frac{T}{2}=0,05s$ ή $T=0,1s$ ή $f=10Hz$, όπου f η συχνότητα της ταλάντωσης του άκρου Ο της χορδής.

β) Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών κοιλιών της χορδής ισούται με $\frac{a}{2}$.

Επομένως ισχύει: $\frac{a}{2}=0,4m$ ή $a=0,8m$.
Επειδή στη χορδή υπάρχουν συνολικά 5 δεσμοί (μαζί με το άκρο της χορδής) για το μήκος της χορδής ισχύει:
$L=\frac{\lambda}{4}+4\frac{\lambda}{2}$ ή $L=1,8m$. Όταν το σημείο Ο διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του, το μέτρο ^{3} της ταχύτητας ταλάντωσης του είναι μέγιστο.
Άρα: $^3=^3_{max}$ ή $^3=\mu\left|A_o'\right|$ ή $\left|A_o'\right|=0,03m$,



όπου $|A'_o|$ το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου Ο. Όταν το Ο βρεθεί στη μέγιστη θετική απομάκρυνση, όλα τα υλικά σημεία της χορδής που ταλαντώνονται βρίσκονται σε θέσεις μέγιστης θετικής ή αρνητικής απομάκρυνσης.
Το ζητούμενο στιγμιότυπο εικονίζεται στο διπλανό σχήμα και απ' αυτό προκύπτει ότι

γ) Η εξίσωση του στάσιμου κύματος είναι της μορφής:
$y = 2A\sigma\upsilon\nu\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right)\eta\mu\left(2\pi\frac{t}{T}\right)$ και επειδή στο σημείο $O(x=0)$ σχηματίζεται κοιλία μπορούμε να γράψουμε:

$$y = A'_o\sigma\upsilon\nu\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right)\eta\mu\left(2\pi\frac{t}{T}\right) \Rightarrow y = 0,03\sigma\upsilon\nu(2,5\pi x)\eta\mu(20\pi t)\ (SI)\ (1)$$

δ) Αν στη σχέση (1) θέσουμε $x = x_K = 0,5m$ για το Κ παίρνουμε :
$y_K = +0,03\sigma\upsilon\nu(1,25\pi)\eta\mu(20\pi t)$ ή $y_K = -0,015\sqrt{2}\eta\mu(20\pi t)$
ή $y_K = 0,015\sqrt{2}¦«(20®t + ®)$ (S.I.) (2)
Ομοίως, για το Ο ($x=0$) είναι : $y_o = 0,03¦«(20®t)$ (S.I.) (3)
Από τις σχέσεις (2) και (3) προκύπτει ότι κάθε στιγμή η διαφορά φάσης των ταλαντώσεων των σημείων Ο και Κ ισούται με ® rad και ότι το πλάτος της ταλάντωσης του Κ είναι $|A'_K| = 0,015\sqrt{2}m$.
Επειδή οι φάσεις των ταλαντώσεων των σημείων Ο και Κ διαφέρουν κατά ® rad, όταν το Ο διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του με θετική ταχύτητα, το Κ θα διέρχεται και αυτό από τη θέση ισορροπίας του με αρνητική ταχύτητα. Επομένως για την ταχύτητα ταλάντωσης του Κ τη στιγμή t_1 ισχύει : $\upsilon_K = -\upsilon_{max(K)} \Rightarrow \upsilon_K = -\omega|A'_K| \Rightarrow \upsilon_K = -0,3\pi\sqrt{2}\frac{m}{s}$.

ε) Πριν τη μεταβολή της συχνότητας ταλάντωσης του σημείου Ο η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων που συμβάλλουν και δημιουργούν το στάσιμο κύμα είναι : $\upsilon = \alpha \cdot f$ ή $\upsilon = 8\frac{m}{s}$.

Αν μεταβάλλουμε τη συχνότητα ταλάντωσης του σημείου Ο, τότε το λ και η f των δύο κυμάτων που δημιουργούν το στάσιμο κύμα θα μεταβληθεί, ενώ η ταχύτητα διάδοσης τους θα παραμείνει αμετάβλητη. Έστω f' η νέα συχνότητα και α' το νέο μήκος κύματος των δύο κυμάτων. Επειδή στη χορδή υπάρχουν συνολικά 2 δεσμοί, ισχύει: $L = \frac{3\alpha'}{4}$ ή $\alpha' = 2{,}4m$.

Η f' υπολογίζεται από τη σχέση : $f' = \frac{\upsilon}{\alpha'}$ ή $f' = \frac{10}{3}Hz$.

Για το ποσοστό μεταβολής της συχνότητας είναι :

$$\Delta f 100\% = \frac{f' - f}{f}100\% = \frac{\frac{10}{3} - 10}{10}100\% = -\frac{\frac{20}{3}}{10}100\% = -\frac{200}{3}\%$$

Από το Φυσικό Τμήμα των Φροντιστηρίων Πουκαμισάς Ηρακλείου συνεργάστηκαν :
Γ. Μαραγκάκης , Ζ. Μαυρομανωλάκης , Ν. Μπρίγγος , Α. Μαυρομανωλάκης , Σ. Ψυχαράκης