ΜΑΘΗΜΑ / ΤΑΞΗ :	**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**
ΣΕΙΡΑ:	
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:	

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Δίνεται συνάρτηση f ορισμένη σε διάστημα Δ. Αν f συνεχής στο Δ και $f'(x)=0$ για κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ, να δείξετε ότι η f είναι σταθερή σε όλο το Δ.

(Μονάδες 10)

Β. Να διατυπώσετε το Θεώρημα Rolle και να γράψετε την γεωμετρική ερμηνεία του.

(Μονάδες 5)

Γ. Να χαρακτηρίσετε ως σωστή **(Σ)** ή λανθασμένη **(Λ)** καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις:

α. Αν μια συνάρτηση f παρουσιάζει ακρότατο στο σημείο x_0, τότε είναι παραγωγίσιμη σε αυτό.

β. Για μια συνάρτηση f ισχύει $f'(x)>0$ σε κάθε x εσωτερικό ενός διαστήματος Δ. Τότε η f είναι γνησίως αύξουσα σε όλο το Δ.

γ. Το μικρότερο από τα τοπικά ελάχιστα μιας συνάρτησης δεν είναι πάντοτε ελάχιστο της συνάρτησης.

δ. Αν μια συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα και παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$, τότε $f'(x)\geq 0$ για κάθε $x\in\mathbb{R}$

ε. Έστω συνάρτηση f παραγωγίσιμη στο $[\alpha,\beta]$. Αν για κάποιο $\xi\in(\alpha,\beta)$ ισχύει $f'(\xi)=0$, τότε $f(\alpha)=f(\beta)$

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=x^3-3x^2+1, x\in\mathbb{R}$

α. Να μελετήσετε την f ως προς την μονοτονία και τα ακρότατα. **(Μονάδες 6)**

β. Να βρείτε το σύνολο τιμών της f **(Μονάδες 8)**

φροντιστήρια πουκαμισάς

γ. Να βρείτε το πλήθος των λύσεων της εξίσωσης $3-3x^2=-x^3, x\in\mathbb{R}$ **(Μονάδες 7)**

δ. Να λύσετε την ανίσωση $(3x-2)^3-(2x+3)^3<3(3x-2)^2-3(2x+3)^2$

στο $[2,+\infty)$

(Μονάδες 4)

ΘΕΜΑ 3ο

Έστω συνάρτηση $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ δύο φορές παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$, η οποία ικανοποιεί τις σχέσεις: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{\eta\mu 2x}=5$, $f(2)=2$, $f''(x)\neq 0$ για κάθε $x\in(0,2)$

Να δείξετε ότι:

α. Η εξίσωση της εφαπτομένης της C_f στο $(0,f(0))$ είναι $y=10x$ **(Μονάδες 5)**

β. Η εξίσωση $f'(x)=0$ έχει μία το πολύ ρίζα στο $(0,2)$ **(Μονάδες 7)**

γ. Υπάρχει ένα τουλάχιστον $\xi\in(0,2)$, τέτοιο, ώστε $f(\xi)=2-\xi$ **(Μονάδες 5)**

δ. Υπάρχουν $\kappa,\lambda\in(0,2)$, τέτοια, ώστε: $f'(\kappa)\cdot f'(\lambda)=1$ **(Μονάδες 8)**

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται παραγωγίσιμη συνάρτηση $f:\mathbb{R}\to(0,+\infty)$ για την οποία ισχύει ότι $f(0)=1$ και: $f'(x)=-4x^3\cdot f^2(x)$, για κάθε $x\in\mathbb{R}$

α. Να δείξετε ότι η συνάρτηση $g(x)=\dfrac{1}{f(x)}-x^4$ είναι σταθερή στο $\mathbb{R}$ **(Μονάδες 7)**

β. Να βρείτε τον τύπο της f **(Μονάδες 8)**

γ. Να βρείτε το όριο $\lim\limits_{x\to+\infty}(x^3f(x)\eta\mu x)$ **(Μονάδες 4)**

δ. Αν για την παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ συνάρτηση h ισχύει $h'(x)=2x^2f(x)$,

να δείξετε ότι $|h(\beta)-h(\alpha)|\le|\beta-\alpha|$ για κάθε $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$

(Μονάδες 6)