ΜΑΘΗΜΑ / ΤΑΞΗ :	**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**
ΣΕΙΡΑ:	
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:	

ΘΕΜΑ Α

Α₁. Να αποδείξετε ότι: $\lim\limits_{x\to x_0} P(x) = P(x_0)$, όπου $P(x) = a_v x^v + a_{v-1}x^{v-1} + ... + a_1 x + a_0$ και $x_0 \in \mathbb{R}$

Μονάδες 9

Α₂. Να διατυπώσετε το κριτήριο παρεμβολής. **Μονάδες 3**

Α₃. Πότε μια συνάρτηση f θα λέμε ότι είναι συνεχής σ' ένα κλειστό διάστημα $[\alpha, \beta]$ του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 3

Α₄. Να χαρακτηρίσετε ως **Σωστή (Σ)** ή **Λανθασμένη (Λ)** καθεμία από τις προτάσεις που ακολουθούν:

α. Ισχύει ότι $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\eta\mu x}{x} = 1$

β. Αν είναι $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = +\infty$, τότε $f(x) > 0$ κοντά στο x_0

γ. Αν η f είναι συνεχής στο x_0 και η g είναι συνεχής στο x_0, τότε και η gof θα είναι συνεχής στο x_0

δ. Ισχύει η ισοδυναμία: $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = \ell \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to x_0} (f(x) - \ell) = 0$

ε. Αν $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = -\infty$, τότε $\lim\limits_{x\to x_0} \frac{1}{f(x)} = 0$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνεχής συνάρτηση f, με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{4\eta\mu(x+1)}{x+1}, & x \in (-\infty, -1) \\ \sqrt{x^2 - 3x} + \sqrt{ax^2 + 3}, & x \in [-1, 0] \cup [3, +\infty) \end{cases}$$, όπου $a > 0$

Β₁. Βρείτε το $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ **Μονάδες 5**

Β₂. Να αποδείξετε ότι $a = 1$ **Μονάδες 6**

Β₃. Υπολογίστε το $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = \lambda$ **Μονάδες 6**

Β₄. Βρείτε το $\lim\limits_{x\to+\infty} (f(x) - \lambda x)$ **Μονάδες 8**

φροντιστήρια πουκαμισάς

ΘΕΜΑ Γ

Έστω f η συνάρτηση με τύπο $f(x)=\dfrac{x^2+\alpha x+\beta}{x^2-3x}$, για την οποία $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=-1$

και η g: $\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, με $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{g(x)\eta\mu^2 x}{x^3-x^2}=-\infty$

Γ1. Να δείξετε ότι: $\alpha=3$ και $\beta=0$ **Μονάδες 7**

Γ2. Υπολογίστε το $\lim\limits_{x\to 0} g(x)$ **Μονάδες 5**

Γ3. Υπολογίστε το $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2 f(x)+1-\sigma\upsilon\nu x}{\dfrac{2x^2}{g(x)}+x\cdot\eta\mu 2x}$ **Μονάδες 6**

Γ4. Βρείτε τις τιμές του $\lambda\in\mathbb{R}$, ώστε:

$$\lim_{x\to 0}\frac{(\lambda^2+2)g^3(x)\cdot f^2(x)+g^2(x)\cdot f(x)-2012g(x)}{\lambda g^3(x)+6f^2(x)\cdot g^2(x)+1963g(x)}=-3$$ **Μονάδες 7**

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ για την οποία ισχύει: $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)}{x-1}=\kappa,\kappa\in\mathbb{R}$ και

$f^3(x)+f^2(x)\eta\mu(1-x)=4(x-1)^2\eta\mu(x-1)$, $x\in\mathbb{R}$

Δ1. Δείξτε ότι $\kappa=2$ **Μονάδες 9**

Δ2. Υπολογίστε το $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ **Μονάδες 3**

Δ3. Αν για τη συνάρτηση g ισχύει $|g(x)-3|\le|f(x)|$, για κάθε $x\in\mathbb{R}$, να βρείτε τα όρια:

i) $\lim\limits_{x\to 1} g(x)$ **Μονάδες 4**

ii) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{|g(x)-2|-|g^2(x)-5g(x)|+5}{\sqrt{g(x)+1}-2}$ **Μονάδες 9**

φροντιστήρια πουκαμισάς