ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Οδηγία: Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό κάθε μίας από τις παρακάτω ερωτήσεις Α.1- Α.4 και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

1. Στην επιφάνεια ενός υγρού δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων $Π_1$ και $Π_2$ εκτελούν κατακόρυφη αρμονική ταλάντωση και παράγουν πανομοιότυπα αρμονικά κύματα μήκους κύματος λ. Ένα σημείο Κ της επιφάνειας του υγρού, στο οποίο φτάνουν τα δύο κύματα, θα μένει διαρκώς ακίνητο, όταν η διαφορά των αποστάσεων $Π_1K$-$Π_2K$ είναι ίση με

α) μηδέν
β) 3λ/2
γ) 3λ
δ) 3λ/4

(Μονάδες 5)

2. Το αποτέλεσμα της σύνθεσης των αρμονικών ταλαντώσεων με χρονικές εξισώσεις απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας: $x_1=Aημ(ω_1t)$, $x_2=Aημ(ω_2t)$ (οι $ω_1$, $ω_2$ διαφέρουν ελάχιστα μεταξύ τους) που πραγματοποιούνται πάνω στην ίδια ευθεία και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας είναι:

α) μία νέα αρμονική ταλάντωση σταθερού πλάτους 2Α

β) μία νέα αρμονική ταλάντωση γωνιακής συχνότητας $\frac{|ω_1 - ω_2|}{2}$

γ) μία νέα αρμονική ταλάντωση γωνιακής συχνότητας $ω_1+ω_2$

δ) μία περιοδική, μη αρμονική κίνηση

(Μονάδες 5)

3. Ιδανικό κύκλωμα LC εκτελεί ηλεκτρική ταλάντωση με περίοδο $T = 2·10^{-3}s$. Αν διπλασιάσουμε τη χωρητικότητα του πυκνωτή και το συντελεστή αυτεπαγωγής του πηνίου, η περίοδος

α) παραμένει $2·10^{-3}s$
β) θα γίνει $8·10^{-3}s$
γ) θα γίνει $4·10^{-3}s$
δ) θα γίνει $10^{-3}s$

(Μονάδες 5)

4. Όταν οπτική ακτινοβολία συχνότητας f περάσει από οπτικά αραιό σε οπτικά πυκνότερο διαφανές μέσο

α) η συχνότητά της μεταβάλλεται
β) η ταχύτητά της αυξάνεται
γ) το μήκος κύματός παραμένει σταθερό
δ) μειώνεται το μήκος κύματός της

(Μονάδες 5)

5. Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ).

α) Σε μια εξαναγκασμένη μηχανική ταλάντωση αν μεταβληθεί η μάζα του σώματος που ταλαντώνεται θα αλλάξει η συχνότητα της ταλάντωσης.

β) Σε ένα εγκάρσιο αρμονικό κύμα που διαδίδεται κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου, το μήκος κύματος είναι ίσο με το διάστημα που διανύει ένα σημείο του ελαστικού μέσου κατά τη διάρκεια μιας περιόδου της ταλάντωσης του.

γ) Κατά τη διάρκεια μιας περιόδου ηλεκτρικής ταλάντωσης που πραγματοποιείται σε ιδανικό κύκλωμα LC το φορτίο του πυκνωτή μηδενίζεται δύο φορές.

δ) Η υπεριώδης ακτινοβολία που φθάνει στη Γη από τον Ήλιο απορροφάται κατά κύριο λόγο από το όζον της ανώτερης ατμόσφαιρας της Γης (στρατόσφαιρα).

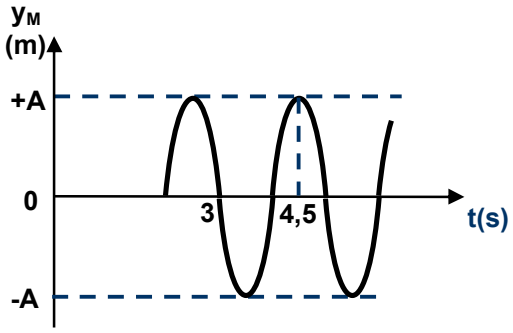
ε) Στη ραδιοφωνία και την τηλεόραση χρησιμοποιούνται οι ακτίνες γ.

(Μονάδες 5)

1. β
2. δ
3. γ
4. δ
5. α) Λ β) Λ γ) Σ δ) Σ ε) Λ

<u>ΘΕΜΑ 2ο</u>

1. Ένα εγκάρσιο αρμονικό κύμα πλάτους Α διαδίδεται κατά μήκος ένα γραμμικού ελαστικού μέσου που ταυτίζεται με τον θετικό ημιάξονα Ox. Το κύμα διαδίδεται προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα και το υλικό σημείο που βρίσκεται στην αρχή O(x=0) του άξονα ξεκινά να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή t=0 από τη θέση ισορροπίας του με θετική ταχύτητα. Στο διάγραμμα του διπλανού σχήματος φαίνεται η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης y_M του υλικού σημείου M(x_M=+10m) από τη θέση ισορροπίας του, σε συνάρτηση με το χρόνο t.Το μήκος κύματος λ του κύματος ισούται με:



α) λ = 2m β) λ = 5m γ) λ = 10m

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

(Μονάδες 3)

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

(Μονάδες 6)

<u>Σωστή απάντηση η: γ</u>

Από το διάγραμμα φαίνεται:

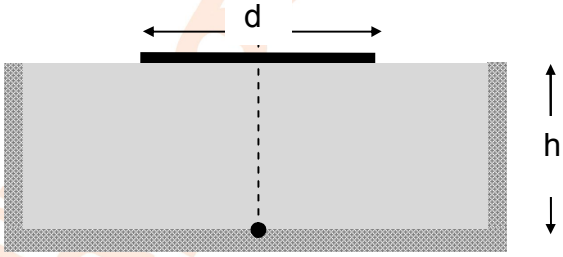
$$\frac{3T}{4} = 1,5s \text{ ή } T = 2s$$

Το σημείο Μ αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_M = 3s - \frac{T}{2} = 2s$

Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι $\upsilon = \frac{x_M}{t_M} = 5m/s$

Από την θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής προκύπτει: $\lambda = \upsilon T$ **ή** $\lambda = 10m$

2. Ένα κυλινδρικό δοχείο με αδιαφανή τοιχώματα περιέχει υγρό σε βάθος $h = 4\sqrt{3}$ cm. Στο κέντρο του πυθμένα του δοχείου βρίσκεται πηγή ορατής μονοχρωματικής ακτινοβολίας η οποία εκπέμπει φως προς την επιφάνεια του υγρού. Ο δείκτης διάθλασης n του υγρού για την ακτινοβολία της πηγής είναι n = 2. Στην επιφάνεια του υγρού επιπλέει αδιαφανής δίσκος διαμέτρου d. Τα κέντρα του δίσκου και του πυθμένα βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο. Η διάμετρος του δίσκου ώστε ένας παρατηρητής που βρίσκεται έξω από το δοχείο να μη μπορεί να δει την φωτεινή πηγή πρέπει να είναι:



α) d > 8cm β) 4cm < d < 8cm γ) 2cm < d < 4cm

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

(Μονάδες 3)

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

(Μονάδες 5)

<u>Σωστή απάντηση η: α</u>

Για να μην μπορεί ο παρατηρητής τη φωτεινή πηγή πρέπει:

$$\theta > \theta_{crit} \text{ ή } \eta\mu\theta > \eta\mu\theta_{crit} \text{ ή } \frac{\frac{d}{2}}{\sqrt{h^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2}} > \frac{1}{n} \text{ ή } d > \frac{2h}{\sqrt{n^2 - 1}} \text{ ή } d > 8cm$$

3. Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις, ίδιας διεύθυνσης που πραγματοποιούνται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Αν οι εξισώσεις απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας των δύο ταλαντώσεων είναι: $x_1 = \sqrt{\alpha}\,\eta\mu(\omega t)$ και $x_2 = \sqrt{\beta}\,\sigma\upsilon\nu(\omega t)$ τότε το πλάτος Α της συνισταμένης ταλάντωσης του σώματος είναι:

α) $\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$ β) $\sqrt{\alpha + \beta}$ γ) $\frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{\alpha\beta}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

(Μονάδες 3)

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

(Μονάδες 5)

Σωστή απάντηση η: β

$x_1 = \sqrt{\alpha}\,\eta\mu(\omega t)$ και $x_2 = \sqrt{\beta}\,\sigma\upsilon\nu(\omega t) = \sqrt{\beta}\,\eta\mu\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$

Έτσι

$A = \sqrt{\left(\sqrt{\alpha}\right)^2 + \left(\sqrt{\beta}\right)^2 + 2\sqrt{\alpha}\sqrt{\beta}\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{2}}$ ή $A = \sqrt{\alpha+\beta}$

ΘΕΜΑ 3ο

Κατά μήκος μιας ελαστικής χορδής που ταυτίζεται με τον άξονα x′x διαδίδονται προς αντίθετες κατευθύνσεις δύο εγκάρσια αρμονικά κύματα ίδιου πλάτους και ίδιου μήκους κύματος. Τα δύο κύματα συμβάλλουν και δημιουργούν στο ελαστικό μέσο στάσιμο κύμα με εξίσωση:

$$y = 10\cdot\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi x}{4}\right)\cdot\eta\mu(20\pi t)\ \ (x,\ y\ \text{σε cm},\ t\ \text{σε s})$$

Στην θέση O(x = 0) του άξονα εμφανίζεται κοιλία του στάσιμου κύματος. Τη χρονική στιγμή t = 0, αφού έχει δημιουργηθεί το στάσιμο κύμα σε όλο το μήκος της χορδής, το σημείο του ελαστικού μέσου στη θέση O διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του κινούμενο με θετική ταχύτητα.

α) Να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσης και την συχνότητα των δύο κυμάτων που συμβάλλοντας δημιουργούν το στάσιμο κύμα.

(Μονάδες 4)

β) Να γράψετε τις εξισώσεις των δύο κυμάτων που συμβάλλοντας δημιουργούν το στάσιμο κύμα.

(Μονάδες 4)

γ) Να υπολογίσετε την ταχύτητα που έχει ένα σημείο της χορδής που βρίσκεται στη θέση x = 4cm την χρονική στιγμή t = 0,1s.

(Μονάδες 6)

δ) Να βρείτε τις θέσεις και τον αριθμό των κοιλιών μεταξύ των θέσεων x_A = 2cm και x_B = 10cm.

(Μονάδες 6)

ε) Να βρείτε την ολική ενέργεια ταλάντωσης μιας σημειακής μάζας $m = 10^{-3}$Kg που βρίσκεται στην θέση $x = \frac{2}{3}$cm.

(Μονάδες 5)

Δίνεται: $\pi^2 = 10$.

Λύση

α) Με απλή αντιστοίχιση με την εξίσωση του στάσιμου κύματος προκύπτει:
2A = 10cm ή A = 5cm = 0,05m

$$20\pi t = \frac{2\pi t}{T}\ \text{ή}\ T = \frac{1}{10}\,s$$

Άρα η συχνότητα $f = \frac{1}{T} = 10Hz$

β) Είναι

$$\frac{\pi x}{4} = \frac{2\pi x}{\lambda} \text{ ή } \lambda = 8cm$$

Οι εξισώσεις των δύο κυμάτων που συμβάλλοντας δημιουργούν το στάσιμο κύμα είναι

$$y_1 = 0,05\,\eta\mu\left[2\pi\left(10t - \frac{x}{0,08}\right)\right] \quad (S.I.)$$

$$y_2 = 0,05\,\eta\mu\left[2\pi\left(10t + \frac{x}{0,08}\right)\right] \quad (S.I.)$$

γ) Η εξίσωση της απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας του σημείου που βρίσκεται στην θέση $x = 0,04m$ είναι: $y = -0,1\eta\mu(20\pi t)$ (S.I.)

Άρα η εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης δίνεται από την σχέση:

$\upsilon = -2\pi\sigma\upsilon\nu(20\pi t)$ (S.I.)

Για $t = 0,1s$ προκύπτει: $\upsilon = -2\pi\ m/s$

δ) Είναι

$$2cm \le \kappa\frac{\lambda}{2} < 10cm \text{ ή } 0,5 < \kappa < 2,5 \text{ ή } \kappa = 1,2$$

Άρα έχουμε δύο κοιλίες στις θέσεις $x = 4cm, 8cm$

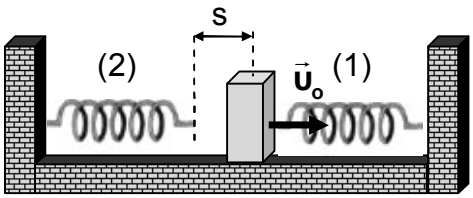
ε) Η ολική ενέργεια ταλάντωσης δίνεται από την σχέση

$$E = \frac{1}{2}DA'^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A'^2 = \frac{1}{2}10^{-3}(20\pi)^2\left(0,1\left|\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi x}{0,04}\right)\right|\right)^2$$

Θέτοντας $x = \frac{2}{3}cm = \frac{0,02}{3}m$ προκύπτει: $E = 1,5\cdot10^{-2}J$

ΘΕΜΑ 4ο

Τα άκρα δύο ιδανικών οριζόντιων ελατηρίων (1), (2) με σταθερές k_1 = 100N/m και k_2 = 300N/m αντίστοιχα, είναι στερεωμένα σε ακλόνητα σημεία. Ένα σώμα Σ αμελητέων διαστάσεων και μάζας m = 1Kg ισορροπεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, στερεωμένο στο άκρο του ελατηρίου (1), όπως φαίνεται στο σχήμα. Το κάθε ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος. Οι θέσεις φυσικού μήκους των δύο ελατηρίων απέχουν μεταξύ τους απόσταση s = 0,4m. Κάποια χρονική στιγμή εκτοξεύουμε το σώμα Σ οριζόντια προς τα δεξιά με ταχύτητα μέτρου υ_o = 5m/s. Το σώμα Σ αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.



Α. Να δείξετε ότι το σώμα Σ θα φθάσει στη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου (2) και να υπολογίσετε το διάστημα που διανύει το σώμα Σ από τη έναρξη της ταλάντωσης του μέχρι τη χρονική στιγμή κατά την οποία φθάνει στη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου (2).

(Μονάδες 6)

Β. Τη χρονική στιγμή t = 0, το σώμα Σ καρφώνεται ακαριαία και χωρίς ενεργειακή απώλεια στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου (2).

α) Να αποδείξετε ότι το σώμα Σ μετά τη χρονική στιγμή t = 0 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = k_1 + k_2$.

(Μονάδες 5)

Για την ταλάντωση του σώματος Σ που ξεκινά τη χρονική στιγμή t = 0,

β) να υπολογίσετε το πλάτος της.

(Μονάδες 8)

γ) να υπολογίσετε την ελάχιστη τιμή του μέτρου της δύναμης που δέχεται το σώμα από το ελατήριο (2) και την μέγιστη τιμή του μέτρου της δύναμης που δέχεται το σώμα από το ελατήριο (1).

(Μονάδες 6)

Δίνονται: $\sqrt{13} = 3,6$ και $\sqrt{325} = 18$

<u>Λύση</u>

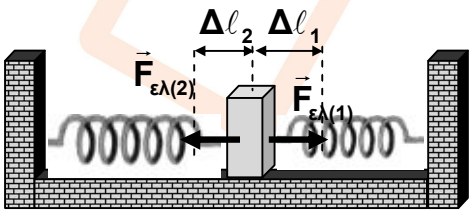
Α. Ισχύει $\omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m}}$ ή $\omega_1 = 10 rad/s$.

Ακόμα $\upsilon_o = \upsilon_{max}$ ή $\upsilon_o = \omega_1 A_1$ ή $A_1 = \frac{\upsilon_o}{\omega_1}$ ή $A_1 = 0,5m$

Το σώμα Σ στερεωμένο στο ελατήριο (1) κινείται στην οριζόντια διεύθυνση, γύρω από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου (1) και σε απόσταση A_1 εκατέρωθεν αυτής. Αφού $A_1 > s$, το σώμα Σ θα φθάσει στη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου (2)

Το ζητούμενο διάστημα είναι: $S = 2A_1 + s$ ή $S = 1,4m$

Β. α) Μετά τη χρονική στιγμή t = 0, στο οριζόντιο άξονα στη Θ.Ι. του σώματος Σ ασκούνται οι δυνάμεις από τα ελατήρια.



Ισχύει: $F_{ελ(1)} = F_{ελ(2)}$ ή $k_1 \Delta\ell_1 = k_2 \Delta\ell_2$ (1)

Μετακινούμε το σώμα δεξιά κατά $\vec{x}$ με $x < \Delta\ell_1$ θεωρώντας θετική τη φορά της μετακίνησης και τότε

$F_x = + F_{ελ(1)} - F_{ελ(2)}$ ή $ΣF_x = k_1(Δℓ_1 - x) - k_2 (Δℓ_2 + x)$ ή $F_x = -(k_1 + k_2)x$

Άρα το σώμα εκτελεί Α.Α.Τ με $D = k_1 + k_2$ ή $D = 400N/m$.

β) Το σώμα Σ καρφώνεται στο άκρο του ελατηρίου (2) με ταχύτητα μέτρου υ για την οποία ισχύει: $υ = ω_1\sqrt{A_1^2 - s^2}$ ή $υ = 3m/s$.

Αμέσως μετά τη χρονική στιγμή t = 0, η απομάκρυνση x του σώματος Σ από τη νέα θέση ισορροπίας είναι (κατά απόλυτη τιμή) $x = Δℓ_2$.

Ακόμα ισχύει: $s = Δℓ_1 + Δℓ_2$ (2)

Από τις σχέσεις (1), (2) προκύπτει: $Δℓ_1 = 0,3m$ και $Δℓ_2 = 0,1m$.

Άρα $x = 0,1m$.

Ισχύει $ω = \sqrt{\frac{D}{m}}$ ή $ω = 20rad/s$.

Εφαρμόζοντας Α.Δ.Ε. για την ταλάντωση μετά την χρονική στιγμή t = 0 προκύπτει:

$E = K + U$ ή $A = \sqrt{\frac{m}{D}υ^2 + x^2} = \frac{\sqrt{13}}{20}m = 0,18m$

γ) Αφού το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος Σ μετά την t = 0 είναι $A = 0,18m > Δℓ_2$ είναι: $F_{ελ(2)min} = 0$.

Στο σώμα Σ θα ασκηθεί η μέγιστη δύναμη από το ελατήριο (1) όταν το τελευταίο είναι παραμορφωμένο κατά $Δℓ_1 + A = 0,48m$.

Τότε $F_{ελ(1)max} = k_1(Δℓ_1 + A) = 48N$.