ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. γ
Α2. δ
Α3. γ
Α4. δ
Α5. α) Λ, β) Λ, γ) Λ, δ) Λ, ε) Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή απάντηση η: β

Η συχνότητα περιστροφής του τροχού είναι ίση με

$$f_o = 2f \text{ ή } f = \frac{f_o}{2} \text{ ή } f = \frac{1}{4\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

Για να έλθει το σύστημα σε κατάσταση συντονισμού θα πρέπει η νέα ιδιοσυχνότητα του f_o' συστήματος, η οποία προκύπτει μετά την προσθήκη του σταθμού άγνωστης μάζας m_x στον δίσκο, να είναι ίση με τη συχνότητα του διεγέρτη άρα:

$$f_o' = f \text{ ή } \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m+m_x}} = \frac{1}{4\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \text{ ή } m + m_x = 4m \text{ ή } m_x = 3m$$

Β2. Σωστή απάντηση η : γ
Η ενέργεια του συστήματος την χρονική στιγμή $t_o = 0$ ήταν ίση με:

$$E_o = \frac{1}{2}DA_o^2$$

Γενικότερα ισχύει

$$E = \frac{1}{2}DA^2 \text{ ή } E = \frac{1}{2}DA_o^2 e^{-2\Lambda t} \text{ ή } E = E_o e^{-2\Lambda t}$$

Συνεπώς την χρονική στιγμή $t_1 = \frac{2\ln 2}{\Lambda}$ η ενέργεια του συστήματος θα είναι :

$$E = E_o e^{-2\Lambda \frac{2\ln 2}{\Lambda}} \text{ ή } E = E_o e^{-2\cdot 2\ln 2} \text{ ή } E = E_o e^{-4\ln 2} \text{ ή } E = E_o e^{-\ln 2^4}$$

ή

$$E = E_o e^{-\ln 16} \text{ ή } E = \frac{E_o}{16}$$

Άρα η ενέργεια που έχασε το σύστημα θα είναι

$$E_{απωλ} = E_o - E \text{ ή } E_{απωλ} = E_o - \frac{E_o}{16} \text{ ή } E_{απωλ} = \frac{15E_o}{16}$$

Β3.

Α. <u>Σωστή απάντηση η</u>: β

Η εξίσωση που περιγράφει την συνισταμένη ταλάντωση είναι:

$$x = 2 \cdot A \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \cdot t\right) \cdot \eta\mu\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \cdot t\right)$$

ή

$$x = 0{,}4 \cdot \sigma\upsilon\nu(2 \cdot \pi \cdot t) \cdot \eta\mu(400 \cdot \pi \cdot t)$$

Β. <u>Σωστή απάντηση η</u> : β

Η περίοδος της συνισταμένης κίνησης είναι ίση με :

$$T_K = \frac{2\pi}{\omega} \quad \text{ή} \quad T_K = \frac{2\pi}{400\pi} \quad \text{ή} \quad T_K = \frac{1}{200}s$$

Το ελάχιστο χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της απομάκρυνσης του σώματος από την θέση ισορροπίας του είναι:

$$\Delta t = \frac{T_K}{2} \quad \text{ή} \quad \Delta t = \frac{1}{400}s$$

<u>ΘΕΜΑ Γ</u>

Γ1. i. Από τις εξισώσεις των δυο συνιστωσών ταλαντώσεων βλέπουμε ότι:

$$A_1 = 3m,\ A_2 = 5m,\ \omega = 2\pi\ rad/s$$

Συνεπώς για το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης θα ισχύει:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\sigma\upsilon\nu\varphi} \quad \text{ή} \quad A = 7m$$

ii. Για την μέγιστη επιτάχυνση του σώματος κατά την ταλάντωσή του θα ισχύει

$$\alpha_{max} = \omega^2 A \quad \text{ή} \quad \alpha_{max} = 28\,\pi^2\ m/s^2$$

iii. Από την αρχή της επαλληλίας των κινήσεων προκύπτει ότι για την απομάκρυνση του σώματος από την θέση ισορροπίας του ισχύει:

$$x = x_1 + x_2 \quad \text{ή} \quad x = x_1 + (-x_1) \quad \text{ή} \quad x = 0$$

συνεπώς το σώμα θα βρίσκεται στην θέση ισορροπίας του όπου το μέτρο της ταχύτητάς του λαμβάνει την μέγιστη τιμή του, όπως και η κινητική του ενέργεια, δηλαδή:

$$K = K_{max} = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = 19{,}6\,\pi^2\ J$$

Γ2.

$$E = E_1 + E_2 \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}DA_1^2 + \frac{1}{2}DA_2^2 \quad \text{ή} \quad A^2 = A_1^2 + A_2^2 \quad (1)$$

Για το πλάτος της συνισταμένης ταλάντωσης ισχύει:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\sigma\upsilon\nu\varphi \quad (2)$$

φροντιστήρια πουκαμισάς

Από τις σχέσεις (1) και (2) συμπεραίνουμε ότι :

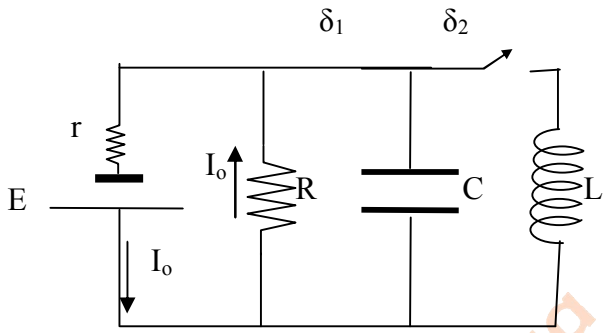
$$2A_1A_2\text{συν}\varphi = 0 \quad \text{ή} \quad \text{συν}\varphi = 0$$

Επειδή $0 \le \varphi \le \pi$ δεκτή λύση για την παραπάνω εξίσωση θα είναι

$$\varphi = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



Μετά την σταθεροποίηση, η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα θα είναι ίση με :

$$I_o = \frac{E}{R+r} \quad \text{ή} \quad I_o = 10A$$

Συνεπώς η τάση στα άκρα της αντίστασης R θα είναι ίση με :

$$V_R = I_oR \quad \text{ή} \quad V_R = 20 \text{ V}$$

Για την τάση V_c στα άκρα του πυκνωτή θα ισχύει $V_c = V_R = 20$ V, άρα το φορτίο που έχει αποθηκευτεί στον πυκνωτή θα είναι:

$$Q = C\,V_c \quad \text{ή} \quad Q = 10^{-4} \text{ C}$$

Δ2.

Όταν κλείσει ο δ_2 και ανοίξει ο δ_1 το κύκλωμα LC αρχίσει ηλεκτρικές ταλαντώσεις με την μέγιστη τιμή του φορτίου του πυκνωτή να είναι $Q = 10^{-4}$ C.

Άρα η ενέργεια της ταλάντωσης θα είναι $E = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$ ή $E = 10^{-3}$ J και η κυκλική συχνότητα $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ή $\omega = 10^4$ rad/s

Άρα θα ισχύει

$U_E = E\,\text{συν}^2\omega t$ ή $U_E = 10^{-3}\text{συν}^2 10^4\,t$ και $U_B = E\,\text{ημ}^2\omega t$ ή $U_E = 10^{-3}\text{ημ}^2\,10^4\,t$

στο S.I.

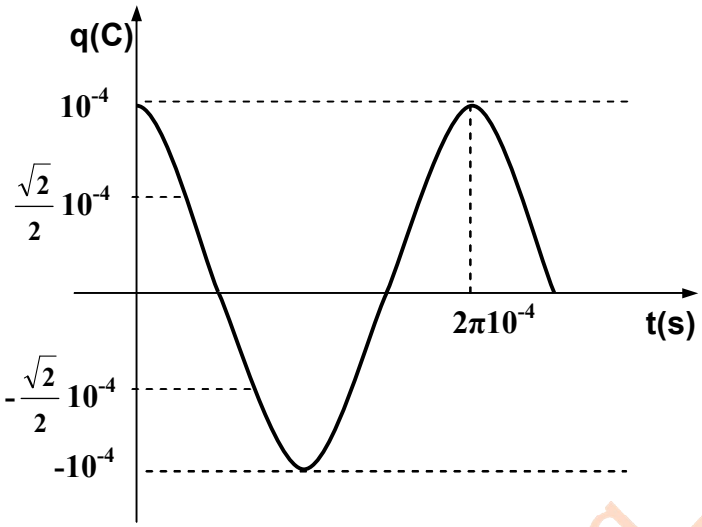
Δ.3

Όταν $U_B = U_E$ τότε εφαρμόζοντας Α.Δ.Ε. παίρνουμε

$$2U_E = E \text{ ή } q = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}Q \quad \text{ή} \quad q = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}10^{-4} \text{ C}$$

φροντιστήρια πουκαμισάς

Όταν η ενέργεια του μαγνητικού του πηνίου ισούται με την ενέργεια του ηλεκτρικού του πυκνωτή *για πρώτη φορά*, τότε το φορτίο του πυκνωτή θα πρέπει να είναι θετικό όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα



Άρα

$$q = \frac{\sqrt{2}}{2}Q = \frac{\sqrt{2}}{2}10^{-4}C \text{ (και } i = -\frac{\sqrt{2}}{2}I = -\frac{\sqrt{2}}{2}A)$$

Έτσι $10^{-4}\sigma\upsilon\nu 10^{4}t = \frac{\sqrt{2}}{2}10^{-4}$ **ή** $\sigma\upsilon\nu 10^{4}t = \frac{\sqrt{2}}{2}$ **ή** $t = \frac{\pi}{4}10^{-4}s$

που είναι η πρώτη δεκτή λύση της τριγωνομετρικής εξίσωσης.

Δ4.

Ισχύει ότι $\left|\frac{di}{dt}\right| = \frac{|q|}{LC} = \omega^2|q|$**. Για να πάρει η απόλυτη τιμή του ρυθμού μεταβολής της έντασης του ρεύματος την μέγιστη τιμή της θα πρέπει** $|q| = Q$ **ή** $q = \pm Q$**. Την πρώτη φορά που θα συμβεί αυτό όμως, μετά την έναρξη των ταλαντώσεων του κυκλώματος LC, θα πρέπει q<0, άρα** $q = -10^{-4}$ **C. Συνεπώς για την τάση στα άκρα του πυκνωτή θα ισχύει**

$$V_C = \frac{q}{C} \text{ ή } V_C = -20\ V$$

φροντιστήρια πουκαμισάς