



ε) Η μικρή κρίσιμη γωνία είναι ο λόγος που ένα κατεργασμένο διαμάντι λαμποκοπά στο φως.

(Μονάδες 5)

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

A1. γ, A2. β, A3. γ, A4. δ

A5. α. Λ, β. Σ, γ. Λ, δ. Λ, ε. Σ

ΘΕΜΑ Β

1. Κατά μήκος μιας ελαστικής χορδής έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα με εξίσωση:

$$y = 2A \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \eta\mu\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

Τα σημεία του ελαστικού μέσου Κ($x_1 = \lambda/12$) και Λ($x_2 = \lambda$) έχουν:

α. λόγο μέγιστων ταχυτήτων:

- i. 1 ii. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ iii. $\sqrt{3}$

β. διαφορά φάσης:

- i. 0 rad ii. π rad iii. 2π rad

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

(Μονάδες 2+2)

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

(Μονάδες 3+3)

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

1. α. Σωστό το (ii)

$$A_K = 2A \left| \sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi x_1}{\lambda}\right) \right| = 2A \left| \sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6} \right| = A\sqrt{3}$$

$$A_\Lambda = 2A \left| \sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi x_2}{\lambda}\right) \right| = 2A \left| \sigma\upsilon\nu 2\pi \right| = 2A$$

$$\frac{U_{K,max}}{U_{\Lambda,max}} = \frac{\omega A_K}{\omega A_\Lambda} = \frac{A_K}{A_\Lambda} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

β. Σωστό το (i)

$$y_K = 2A \sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi x_1}{\lambda}\right) \eta\mu\left(\frac{2\pi t}{T}\right) = 2A \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{6}\right) \eta\mu\left(\frac{2\pi t}{T}\right) =$$

$$= A\sqrt{3} \eta\mu\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

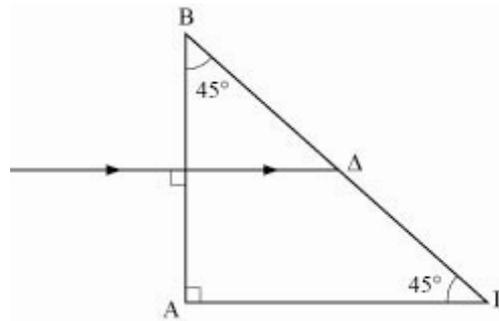




$$y_A = 2A \sin\left(\frac{2\pi x_2}{\lambda}\right) \eta\mu\left(\frac{2\pi t}{T}\right) = 2A \sin(2\pi) \eta\mu\left(\frac{2\pi t}{T}\right) = 2A \eta\mu\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

άρα $\Delta\phi = 0$

2. Μονοχρωματική ακτινοβολία προσπίπτει κάθετα στην έδρα AB του ορθογωνίου και ισοσκελούς πρίσματος και εξέρχεται από το σημείο Δ στο κενό ($n_a = 1$):



Αν η γωνία εκτροπής της ακτινοβολίας στο Δ είναι $\hat{E} = 15^\circ$, ο δείκτης διάθλασης του πρίσματος για αυτή την ακτινοβολία είναι:

α. $n = \frac{1}{2}$

β. $n = \sqrt{3}$

γ. $n = \sqrt{\frac{3}{2}}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

(Μονάδες 2)

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

(Μονάδες 3)

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

2. Σωστό το (γ)

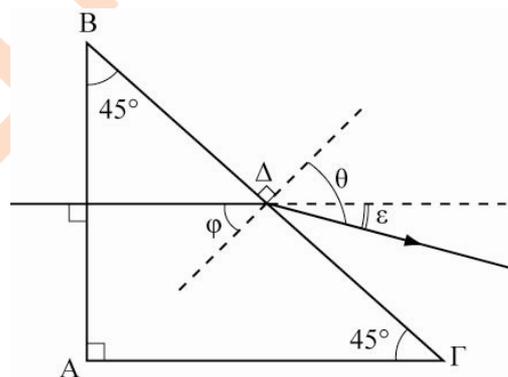
Από το σχήμα προκύπτει ότι

$$\hat{\varphi} = 45^\circ \text{ και } \hat{\theta} = \hat{\varphi} + \hat{E} = 60^\circ$$

Από το νόμο του Snell :

$$n \cdot \eta\mu\varphi = n_a \cdot \eta\mu\theta \text{ ή } n \frac{\sqrt{2}}{2} = 1 \cdot$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ ή } n = \sqrt{\frac{3}{2}}$$



3. Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων Π_1 και Π_2 βρίσκονται στην αρχικά ήρεμη επιφάνεια υγρού και τη χρονική στιγμή $t = 0$ αρχίζουν να εκτελούν κατακόρυφη απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση





$y = A\eta\mu\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$. Ένα υλικό σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού απέχει από τις πηγές αποστάσεις

$x_1 = 2\lambda$ και $x_2 = 6\lambda$, όπου λ είναι το μήκος κύματος των κυμάτων που παράγονται.

α. Το πλάτος ταλάντωσης του σημείου Σ μετά τη συμβολή των κυμάτων είναι:

- i. A ii. 2A iii. 0

β. Η φάση της ταλάντωσης του σημείου Σ τη χρονική στιγμή $t_1 = 6,5T$ είναι:

- i. 10π rad ii. 5π rad iii. π rad

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

(Μονάδες 2+2)

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

(Μονάδες 3+3)

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

3. α. Σωστό το (ii)

$$A' = 2A \left| \text{συν} \frac{2\pi(x_1 - x_2)}{2\lambda} \right| = 2A |\text{συν}(-4\pi)| = 2A$$

β. Σωστό το (ii)

Η συμβολή των κυμάτων στο Σ ξεκινά τη χρονική στιγμή $t = \frac{x_2}{U} = \frac{6\lambda}{U} = 6T$

Η απομάκρυνση του Σ μετά τη συμβολή των κυμάτων γράφεται:

$$y_{\Sigma} = 2A \text{συν} \frac{2\pi(x_1 - x_2)}{2\lambda} \cdot \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_1 + x_2}{2\lambda} \right)$$

$$y_{\Sigma} = 2A \text{συν} \frac{2\pi(-4\lambda)}{2\lambda} \cdot \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{8\lambda}{2\lambda} \right)$$

$$y_{\Sigma} = 2A \text{συν}(-4\pi) \cdot \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - 4 \right)$$

$$y_{\Sigma} = 2A \text{συν} 4\pi \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - 4 \right)$$

$$y_{\Sigma} = 2A \eta\mu \left(2\pi \frac{t}{T} - 8\pi \right), t \geq 6T$$

Επομένως η φάση ταλάντωσης του Σ τη χρονική στιγμή $t_1 = 6,5T$ είναι

$$\phi_{\Sigma} = 2\pi \frac{t_1}{T} - 8\pi = 2\pi \frac{6,5T}{T} - 8\pi = 13\pi - 8\pi = 5\pi \text{ rad}$$



**ΘΕΜΑ Γ**

Σε ελαστική χορδή που ταυτίζεται με τον άξονα xOx' διαδίδεται αρμονικό κύμα κατά τη θετική φορά. Το σημείο $O(x = 0)$ εκτελεί κατακόρυφη ταλάντωση με απομάκρυνση που δίνεται από τη σχέση $y = 0,4 \cdot \eta\mu(2\pi t)$, (S.I.).

Τη χρονική στιγμή $t_1 = 1 \text{ sec}$ αρχίζει να εκτελεί ταλάντωση το σημείο $\Gamma(x_1 = 2\text{m})$.

- α. Να υπολογίσετε τη ταχύτητα διάδοσης του κύματος και να γράψετε την εξίσωση του κύματος.
(Μονάδες 6)
- β. Να σχεδιάσετε σαν συνάρτηση του χρόνου την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του σημείου Γ .
(Μονάδες 6)
- γ. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης του σημείου Γ τη χρονική στιγμή που η κινητική του ενέργεια είναι ίση με τη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης του.
(Μονάδες 6)
- δ. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t_2 = 3\text{sec}$ και να βρείτε το πλήθος των σημείων που εκείνη τη χρονική στιγμή έχουν μέγιστη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης.
(Μονάδες 7)

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

$$\alpha. T = \frac{2\pi}{\omega} = 1 \text{ sec}$$

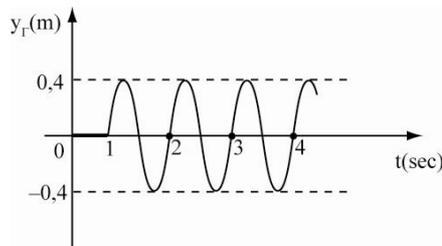
$$v = \frac{x_1}{t_1} = 2 \text{ m/s}$$

$$\lambda = vT = 2 \text{ m}$$

$$y = 0,4\eta\mu 2\pi \left(t - \frac{x}{2} \right), \text{ (S.I.)}$$

$$\beta. y_{\Gamma} = 0,4\eta\mu 2\pi \left(t - \frac{x_1}{2} \right)$$

$$y_{\Gamma} = 0,4\eta\mu 2\pi(t - 1), \quad t \geq 1 \text{ sec}$$



$$\gamma. E = K + U \quad \acute{\eta}$$

$$E = 2K \quad \acute{\eta} \quad \frac{1}{2}DA^2 = 2 \frac{1}{2}mv^2 \quad \acute{\eta}$$

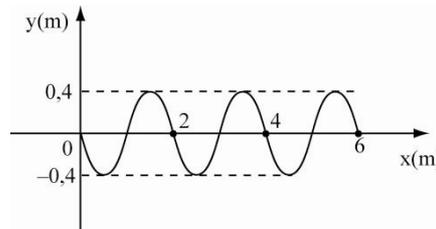




$$\omega^2 A^2 = 2v^2 \quad \text{ή} \quad v^2 = \frac{\omega^2 A^2}{2} \quad \text{ή} \quad |v| = \omega A \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,4\pi\sqrt{2} \text{ m/s}$$

δ. Τη χρονική στιγμή $t_2 = 3 \text{ sec}$ το κύμα έχει διανύσει απόσταση $x_2 = vt = 6 \text{ m}$

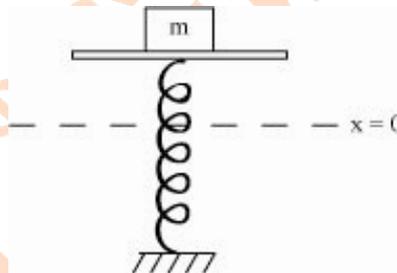
$$\frac{x_2}{\lambda} = \frac{6\text{m}}{2\text{m}} = 3 \quad \text{ή} \quad x_2 = 3\lambda$$



Μέγιστη δυναμική ενέργεια έχουν τα σημεία που βρίσκονται σε θέσεις με απομάκρυνση $y = \pm 0,4 \text{ m}$, σύνολο 6 σημεία.

ΘΕΜΑ Δ

Σώμα μάζας $m = 1 \text{ kg}$ στηρίζεται σε ένα δίσκο και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Το σώμα κινείται κατακόρυφα και η εξίσωση απομάκρυνσης του θεωρώντας θετική φορά προς τα πάνω είναι: $x = 0,2\eta\mu(10t)$.



α. Να υπολογίσετε την ενέργεια ταλάντωσης του σώματος.

(Μονάδες 6)

β. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης επαναφοράς στο σώμα από τη χρονική στιγμή $t = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή που φτάνει στη θέση με απομάκρυνση $x_1 = 0,05 \text{ m}$.

(Μονάδες 6)

γ. Να βρεθεί το μέτρο της δύναμης που δέχεται το σώμα από το δίσκο τη στιγμή που βρίσκεται σε απομάκρυνση $x_1 = 0,05 \text{ m}$ πάνω από τη θέση ισορροπίας του.

(Μονάδες 6)

δ. Να δείξετε ότι το σώμα m θα εγκαταλείψει το δίσκο και να βρείτε τη θέση του και την ταχύτητα του εκείνη τη στιγμή.

(Μονάδες 7)

Δίνεται: $g = 10 \text{ m/s}^2$



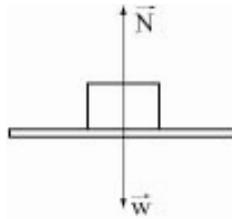
**ΑΠΑΝΤΗΣΗ**

$$\alpha. D = m\omega^2 = 100 \text{ N/m}$$

$$E = \frac{1}{2}DA^2 = 2 \text{ J}$$

$$\begin{aligned} \beta. W_{\Sigma F} &= \Delta K = K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = (E - U_{\text{τελ}}) - (E - U_{\text{αρχ}}) \\ &= U_{\text{αρχ}} - U_{\text{τελ}} = 0 - \frac{1}{2}Dx_1^2 = 12,5 \cdot 10^{-2} \text{ J} \end{aligned}$$

γ.



$$\Sigma F = -Dx$$

$$N - w = -Dx$$

$$N = mg - Dx \quad (1)$$

Για $x = x_1 = 0,05 \text{ m}$ έχω: $N_1 = 5 \text{ N}$ δ. Το σώμα χάνει την επαφή με το δίσκο όταν $N = 0$. Από τη σχέση (1) έχουμε:

$$0 = mg - m\omega^2 x_2 \quad \text{ή} \quad x_2 = \frac{g}{\omega^2} = 0,1 \text{ m} < A = 0,2 \text{ m}$$

Επομένως το σώμα χάνει την επαφή με το δίσκο σε απομάκρυνση $x_2 = 0,1 \text{ m}$ πάνω από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης

$$E = K + U \quad \text{ή}$$

$$\frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}Dx_2^2 + \frac{1}{2}mU_2^2 \quad \text{ή}$$

$$U_2 = \sqrt{\frac{D(A^2 - x_2^2)}{m}} \quad \text{ή} \quad U_2 = \sqrt{3} \text{ m/s}$$

Σας ευχόμαστε επιτυχία!!!

