ΜΑΘΗΜΑ / ΤΑΞΗ :	**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ**
ΣΕΙΡΑ:	
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:	

ΘΕΜΑ Α

Α₁. Δίνεται η συνάρτηση $F(x)=f(x)+g(x)$. Αν οι συναρτήσεις f,g είναι παραγωγίσιμες, να αποδείξετε ότι $F'(x)=f'(x)+g'(x)$

Μονάδες 10

Α₂. Να δώσετε τον ορισμό της παραγώγου μιας συνάρτησης f **Μονάδες 5**

Α₃. Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις ως **Σωστή (Σ)** ή **Λανθασμένη (Λ).**

α. Ισχύει $\left(f\left(g(x)\right)\right)'=f'\left(g(x)\right)\cdot g'(x)$

β. $\left(c\cdot f(x)\right)'=c'\cdot f'(x),\ \ c\in\mathbb{R}$

γ. Ισχύει $\left(e^2\right)'=e^2$

δ. Είναι $f'(x_0)=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0+h)+f(x_0)}{h}$, όπου f παραγωγίσιμη συνάρτηση στο x_0

ε. Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A, λέμε ότι παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο $x_0\in A$, όταν $f'(x_0)=0$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\kappa x^2-2x\ln x,\ \ x>0,\ \kappa<0$

Β₁. Να βρείτε την πρώτη και τη δεύτερη παράγωγο της f **Μονάδες 8**

Β₂. Αν ισχύει: $\left[f'(1)\right]^2+4f''(1)=0$, να βρείτε την τιμή του κ. **Μονάδες 4**

Β₃. Για $\kappa=-1$, να αποδείξετε ότι $xf'(x)-f(x)=-x^2-2x$ για κάθε $x>0$ και να λύσετε την ανίσωση: $xf'(x)>f(x)-2x^2,\ \ x>0$

Μονάδες 7

φροντιστήρια πουκαμισάς

Β₄. Να δείξετε ότι η εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης της f στο σημείο της με τετμημένη $x_0 = 1$, είναι $y = 2(\kappa - 1)x + 2 - \kappa$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Γ

Έστω ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \alpha x^3 - \beta x + 6$ τέμνει τον άξονα x΄x στο σημείο Α(1,0) και δέχεται σε αυτό εφαπτομένη με κλίση -4

Γ₁. Να δείξετε ότι $\alpha = 1$ και $\beta = 7$ **Μονάδες 6**

Γ₂. Να υπολογίσετε το όριο $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{f(x)}{2x^2 - 4x}$ **Μονάδες 3**

Γ₃. Να μελετήσετε την f ως προς την μονοτονία και τα ακρότατα. **Μονάδες 9**

Γ₄. Να βρείτε το σημείο της γραφικής παράστασης της f που η εφαπτομένη έχει τον ελάχιστο συντελεστή διεύθυνσης.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = e^{2x}(x-2)^2$

Δ₁. Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα. **Μονάδες 8**

Δ₂. Να δείξετε ότι $f''(x) = 2f'(x) + 2e^{2x}(2x-3)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ και

να βρείτε το $\lim\limits_{x \to \frac{3}{2}} \dfrac{f''(x) - 2f'(x)}{2x^2 - 5x + 3}$

Μονάδες 8

Δ₃. **α.** Να βρείτε την εφαπτομένη της C_f στο σημείο της με τετμημένη $x_0 = 0$ καθώς και τα σημεία Α, Β στα οποία αυτή τέμνει τους άξονες $x'x$ και $y'y$ αντίστοιχα.

Μονάδες 6

β. Από ένα σημείο $M(\alpha,\beta)$ εσωτερικό του ΑΒ φέρουμε τις ΜΚ, ΜΛ κάθετες προς τους άξονες $x'x$ και $y'y$ αντίστοιχα. Να βρείτε την τιμή του α ώστε το εμβαδόν του ορθογωνίου ΟΚΜΛ να είναι το μέγιστο δυνατό.

Μονάδες 3