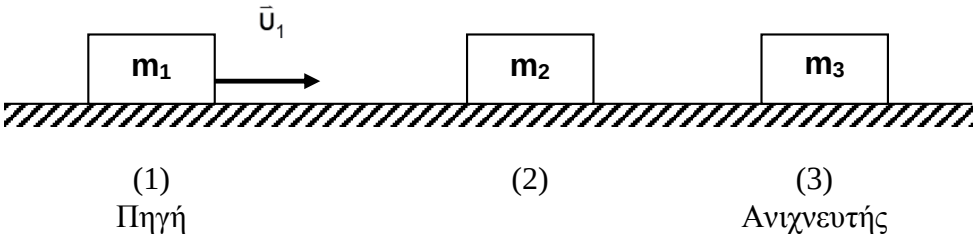
ΦΥΣΙΚΗ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1

Σώμα (1) μικρών διαστάσεων και μάζας $m_1 = 4kg$, δρα ως ηχητική πηγή κυμάτων συχνότητας $f_s = 330$ Hz κινούμενο πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα μέτρου $υ_1 = 30$ m/s. Το σώμα αυτό συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα (2) μικρών διαστάσεων και μάζας m_2 ($m_2 < m_1$). Στη συνέχεια το σώμα (2) συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα (3) μικρών διαστάσεων και μάζας m_3, στο οποίο είναι προσαρμοσμένος αμελητέας μάζας ανιχνευτής ηχητικών κυμάτων.



Μετά την σύγκρουση των σωμάτων (1) και (2) ο ανιχνευτής μετρά συχνότητα ηχητικών κυμάτων ίση με $f_1 = 340$ Hz, ενώ μετά την κρούση των σωμάτων (2) και (3) μετρά συχνότητα $f_2 = f_s$. Να υπολογίσετε:

α) Την μεταβολή της ορμής του σώματος (1) εξαιτίας της κρούσης του με το σώμα (2).

β) Την μάζα m_2

γ) Το μέτρο της ορμής του συσσωματώματος των σωμάτων (2) και (3).

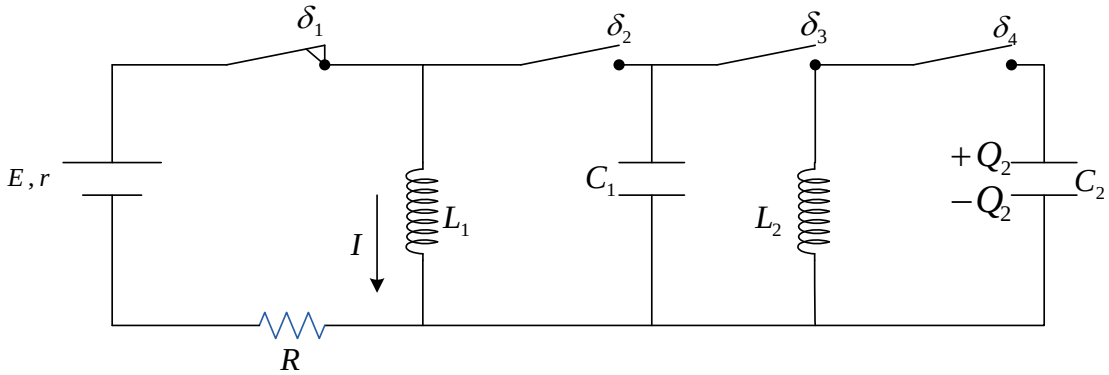
δ) Το ποσοστό επί τοις εκατό της αρχικής κινητικής ενέργειας των σωμάτων (2) και (3) που μετατράπηκε σε θερμότητα εξαιτίας της κρούσης.

Δίνεται η ταχύτητα διάδοσης του ήχου στον αέρα ίση με $υ_{ηχ} = 340$ m/s.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2

Για το παρακάτω κύκλωμα δίνονται: $L_1 = L_2 = 10^{-2} H$ και

$C_1 = 10^{-4}F$. Θεωρούμε ακόμα ότι τα πηνία και οι αγωγοί του κυκλώματος δεν έχουν ωμική αντίσταση.



Αρχικά, ο διακόπτης δ_1 είναι κλειστός, ενώ οι διακόπτες $\delta_2, \delta_3, \delta_4$ είναι ανοικτοί και το πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής L_1 διαρρέεται από σταθερό ρεύμα έντασης $I = 2A$. Ο πυκνωτής χωρητικότητας C_1 είναι αφόρτιστος, ενώ ο πυκνωτής χωρητικότητας C_2 είναι φορτισμένος με φορτίο $Q_2 = 10^{-3}C$. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ ανοίγουμε το διακόπτη δ_1 και ταυτόχρονα κλείνουμε τους διακόπτες δ_2 και δ_4, οπότε τα κυκλώματα L_1C_1 και L_2C_2, που δημιουργούνται αρχίζουν ταυτόχρονα να εκτελούν αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις. Το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα L_1C_1 είναι διπλάσιο από το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα L_2C_2.

α) Να υπολογίσετε το μέγιστο φορτίο που αποκτά ο πυκνωτής χωρητικότητας C_1, κατά τη διάρκεια των ηλεκτρικών ταλαντώσεων του κυκλώματος L_1C_1.

β) Να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή της τάσης που αναπτύσσεται στα άκρα του πυκνωτή χωρητικότητας C_2, κατά τη διάρκεια των ηλεκτρικών ταλαντώσεων του κυκλώματος L_2C_2.

γ) Να γράψετε:

i. Τη χρονική εξίσωση της έντασης του ρεύματος, που διαρρέει το κύκλωμα L_1C_1, αν θεωρήσουμε ως θετική φορά τη φορά του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα L_1C_1 τη χρονική στιγμή t=0.

ii. Τη χρονική εξίσωση του φορτίου του πυκνωτή χωρητικότητας C_2.

Τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου με συντελεστή αυτεπαγωγής L_1 είναι ίση με το 75% της ολικής ενέργειας του κυκλώματος L_1C_1 και η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή χωρητικότητας C_2 είναι ίση με το 25% της ολικής ενέργειας του κυκλώματος L_2C_2, ανοίγουμε τους διακόπτες δ_2 και δ_4 και ταυτόχρονα κλείνουμε το διακόπτη δ_3, χωρίς να έχουμε απώλειες ενέργειας. Το νέο κύκλωμα L_2C_1 που δημιουργείται εκτελεί και αυτό αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις.

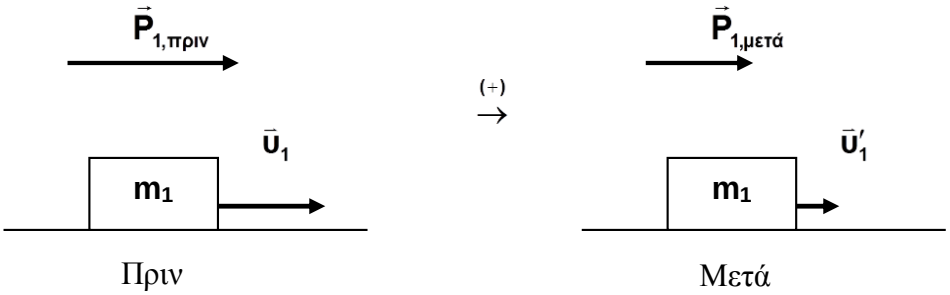
δ) Να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή του ρυθμού μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα L_2C_1.

ΛΥΣΕΙΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1

α) Μετά τη σύγκρουση του σώματος μάζας m_1 με το σώμα μάζας m_2, για η ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1'$ του σώματος μάζας m_1 θα είναι ομόρροπη της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_1$ που είχε πριν την κρούση, αφού $m_1>m_2$. Συνεπώς για την συχνότητα που μετράει ο ανιχνευτής θα ισχύει:

$$f_1 = \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_1'} \cdot f_s \quad \text{ή} \quad 340 = \frac{340}{340 - \upsilon_1'} \cdot 330 \quad \text{ή} \quad 340 - \upsilon_1' = 330 \quad \text{ή} \quad \upsilon_1' = 10\frac{m}{s}$$



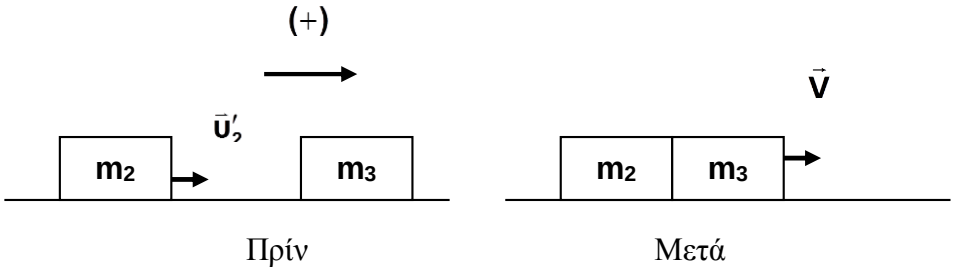
Άρα για την μεταβολή της ορμής του σώματος κατά την κρούση ισχύει: $\Delta\vec{P}_1 = \vec{P}_{1,\tau\varepsilon\lambda} - \vec{P}_{1,\alpha\rho\chi}$ ή $\Delta P_1 = P_{1,\tau\varepsilon\lambda} - P_{1,\alpha\rho\chi}$ ή

$$\Delta P_1 = m_1 \cdot \upsilon_1' - m_1 \cdot \upsilon_1 \quad \text{ή} \quad \Delta P_1 = 4 \cdot 10 - 4 \cdot 30 \quad \text{ή} \quad \Delta P_1 = -80kg\frac{m}{s}$$

β) $\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1$ ή $10 = \frac{4 - m_2}{4 + m_2} \cdot 30$ ή $4 + m_2 = 12 - 3m_2$ ή

$4 \cdot m_2 = 8$ ή $m_2 = 2kg$

γ) Η ταχύτητα του σώματος μάζας m_2 μετά την κρούση έχει



αλγεβρική τιμή $\upsilon'_2 = \frac{2m_1}{m_1+m_2}\cdot\upsilon_1$ ή $\upsilon'_2 = \frac{2m_1}{m_1+m_2}\cdot\upsilon_1$ ή $\upsilon'_2 = \frac{8}{6}\cdot 30$

ή $\upsilon'_2 = 40\frac{m}{s}$

Όσον αφορά την ταχύτητα V έχουμε:

$$f_1 = \frac{\upsilon_{\eta\chi} - V}{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon'_1}\cdot f_s \Leftrightarrow f_s = \frac{340-V}{340-10}\cdot f'_s \Leftrightarrow 340-10 = 340-V \Leftrightarrow V = 10\frac{m}{sec}$$

Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής κατά την πλαστική κρούση του σώματος μάζας m_2 με το σώμα μάζας m_3 προκύπτει: $\vec{P}_{ολ,πριν} = \vec{P}_{ολ,,μετά}$ ή $m_2\cdot\upsilon'_2 = (m_2+m_3)\cdot V$ ή $8 = 2+m_3$

ή $m_3 = 6kg$

Συνεπώς για το μέτρο της ορμής του συσσωματώματος θα ισχύει : $P_{ολ} = (m_2+m_3)\cdot V$ ή $P_{ολ,} = (2+6)\cdot 10 = 80\frac{kg\cdot m}{s}$

δ) $K_{πριν} = \frac{1}{2}m_2\upsilon'^2_2 = 1600J$ και $K_{μετά} = \frac{1}{2}(m_2+m_3)V^2 = 400J$

Άρα το ποσό της θερμότητας που αναπτύσσεται κατά την κρούση των σωμάτων είναι : $Q = K_{πριν} - K_{μετά} = 1200J$

Άρα το ζητούμενο ποσοστό είναι: $\pi\% = \frac{Q}{K_{αρχ}}100\% = \frac{1200}{1600}100\% = 75\%$

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2

α) Για το κύκλωμα L_1C_1 ισχύει: $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L_1C_1}}$ ή $\omega_1 = 10^3 rad/s$.

Επειδή τη χρονική στιγμή $t = 0$ ο πυκνωτής χωρητικότητας C_1 είναι αφόρτιστος, η ένταση I του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο εκείνη τη στιγμή είναι μέγιστη.

Συνεπώς ισχύει : $I = \omega_1 Q_1$ ή $Q_1 = 2\cdot 10^{-3}C$.

β) Η ένταση του ρεύματος σε ένα κύκλωμα ηλεκτρικών

ταλαντώσεων LC μηδενίζεται κάθε $\frac{T}{2}$, όπου T η περίοδος του κυκλώματος. Συνεπώς ισχύει: $\frac{\mathbf{T_1}}{\mathbf{2}} = \mathbf{2}\,\frac{\mathbf{T_2}}{\mathbf{2}}$ ή $\mathbf{T_1 = 2T_2}$ ή $\mathbf{2\pi\sqrt{L_1C_1} = 2 \cdot 2\pi\sqrt{L_2C_2}}$ ή $\mathbf{\sqrt{L_1C_1} = 2\sqrt{L_2C_2}}$ ή $\mathbf{L_1C_1 = 4L_2C_2}$ ή $\mathbf{C_1 = 4C_2}$ ή $\mathbf{C_2 = \frac{10^{-4}}{4}F}$.

Η μέγιστη τιμή της τάσης στα άκρα του πυκνωτή χωρητικότητας C_2 δίνεται από τη σχέση: $\mathbf{V_{max} = \frac{Q_2}{C_2}}$ ή $\mathbf{V_{max} = 40V}$.

γ) i. Στο κύκλωμα L_1C_1 τη χρονική στιγμή $\mathbf{t = 0}$ είναι: $\mathbf{q = 0}$ και $\mathbf{i = +I}$. Μπορούμε να γράψουμε:

$\mathbf{q = Q_1\eta\mu(\omega_1 t + \varphi_0)}$ (1) και $\mathbf{i = I\sigma\upsilon\nu(\omega_1 t + \varphi_0)}$ (2).

Συνεπώς, από τη σχέση (1) προκύπτει: $\mathbf{0 = Q_1\eta\mu\,\varphi_0}$ ή $\mathbf{\eta\mu\,\varphi_0 = 0}$ ή $\mathbf{\eta\mu\,\varphi_0 = \eta\mu 0}$ (3).

Επειδή ισχύει: $\mathbf{0 \le \varphi_0 \le 2\pi\,rad}$, οι λύσεις της εξίσωσης (3) είναι: $\mathbf{\varphi_0 = 0}$ ή $\mathbf{\varphi_0 = \pi\,rad}$.

Για $\mathbf{t = 0}$ και $\mathbf{\varphi_0 = 0}$ η εξίσωση (2) γίνεται: $\mathbf{i = I\,\sigma\upsilon\nu 0 > 0}$.

Για $\mathbf{t = 0}$ και $\mathbf{\varphi_0 = \pi\,rad}$, η εξίσωση (2) γίνεται: $\mathbf{i = I\,\sigma\upsilon\nu\pi < 0}$.

Θεωρώντας ότι τη χρονική στιγμή $\mathbf{t = 0}$ η φορά του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα L_1C_1 είναι θετική, η λύση της εξίσωσης (3) που είναι δεκτή είναι η: $\mathbf{\varphi_0 = 0}$.

Συνεπώς η ζητούμενη εξίσωση είναι: $\mathbf{i = 2\sigma\upsilon\nu(10^3 t)(S.I.)}$.

ii. Η γωνιακή συχνότητα ω_2 των ηλεκτρικών ταλαντώσεων που εκτελεί το κύκλωμα L_2C_2 υπολογίζεται από τη σχέση:

$\mathbf{\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{L_2C_2}}}$ ή $\mathbf{\omega_2 = 2 \cdot 10^3 rad/s}$.

Η χρονική εξίσωση του φορτίου q_2 του πυκνωτή χωρητικότητας C_2 δίνεται από τη σχέση:

$\mathbf{q_2 = Q_2\sigma\upsilon\nu(\omega_2 t)}$ ή $\mathbf{q_2 = 10^{-3}\sigma\upsilon\nu(2 \cdot 10^3 t)\ (S.I.)}$.

δ) Τη χρονική στιγμή t_1 στο κύκλωμα L_1C_1 ισχύει:

$\mathbf{U_{B(1)} = \frac{75}{100}E_1}$ ή $\mathbf{U_{B(1)} = \frac{3}{4}E_1}$. Από την αρχή διατήρησης της ολικής ενέργειας του κυκλώματος L_1C_1 μπορούμε να υπολογίσουμε το φορτίο q_1 του πυκνωτή χωρητικότητας C_1 εκείνη τη χρονική στιγμή. Συνεπώς, έχουμε: $\mathbf{E_1 = U_{E(1)} + U_{B(1)}}$ ή

$\mathbf{U_{E(1)} = \frac{1}{4}E_1}$ ή $\mathbf{\frac{1}{2}\frac{q_1^2}{C_1} = \frac{1}{4}\frac{1}{2}\frac{Q_1^2}{C_1}}$ ή $\mathbf{|q_1| = \frac{Q_1}{2}}$ ή $\mathbf{|q_1| = 10^{-3}C}$.

Τη χρονική στιγμή t_1 στο κύκλωμα L_2C_2 ισχύει: $\mathbf{U_{E(2)} = \frac{25}{100}E_2}$ ή $\mathbf{U_{E(2)} = \frac{E_2}{4}}$.

Από την αρχή διατήρησης της ολικής ενέργειας του κυκλώματος L_2C_2 μπορούμε να υπολογίσουμε την ένταση i_2 του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα εκείνη τη στιγμή. Συνεπώς έχουμε:

$\mathbf{E_2 = U_{E(2)} + U_{B(2)}}$ ή $\mathbf{E_2 = \frac{1}{4}E_2 + U_{B(2)}}$ ή $\mathbf{\frac{3}{4}E_2 = U_{B(2)}}$ ή

$\mathbf{\frac{3}{4}\frac{1}{2}L_2I_2^2 = \frac{1}{2}L_2i_2^2}$ ή $\mathbf{|i_2| = \frac{\sqrt{3}}{2}I_2}$ ή $\mathbf{|i_2| = \frac{\sqrt{3}}{2}\omega_2Q_2}$ ή $\mathbf{|i_2| = \sqrt{3}A}$.

Τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία δημιουργείται το κύκλωμα L_2C_1, το πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής L_2 διαρρέεται από ρεύμα έντασης i_2 και ο πυκνωτής χωρητικότητας C_1 είναι φορτισμένος με φορτίο q_1. Από την αρχή διατήρησης της ολικής ενέργειας του κυκλώματος L_2C_1 μπορούμε να υπολογίσουμε το πλάτος Q του φορτίου του πυκνωτή χωρητικότητας C_1 κατά τη διάρκεια των ηλεκτρικών ταλαντώσεων του κυκλώματος αυτού. Συνεπώς έχουμε:

$\mathbf{E = U_E + U_B}$ ή $\mathbf{\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C_1} = \frac{1}{2}\frac{q_1^2}{C_1} + \frac{1}{2}L_2i_2^2}$ ή $\mathbf{Q = \sqrt{q_1^2 + L_2C_1i_2^2}}$ ή

$\mathbf{Q = 2 \cdot 10^{-3}C}$.

Για το ρυθμό μεταβολής της έντασης του ρεύματος ισχύει:

$\mathbf{V_C = V_L}$ ή $\mathbf{\frac{q}{C_1} = -L_2\frac{di}{dt}}$ ή $\mathbf{\frac{di}{dt} = -\frac{q}{L_2C_1}}$.

Συνεπώς η μέγιστη τιμή του ρυθμού μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα L_2C_1 είναι:

$\mathbf{\left(\frac{di}{dt}\right)_{max} = \frac{Q}{L_2C_1}}$ ή $\mathbf{\left(\frac{di}{dt}\right)_{max} = 2 \cdot 10^3 A/s}$.

Από το Φυσικό Τμήμα των Φροντιστηρίων Πουκαμισάς Ηρακλείου συνεργάστηκαν :
Γ. Μαραγκάκης , Ζ. Μαυρομανωλάκης,
Ν. Μπρίγγος, Α. Τσιπράς