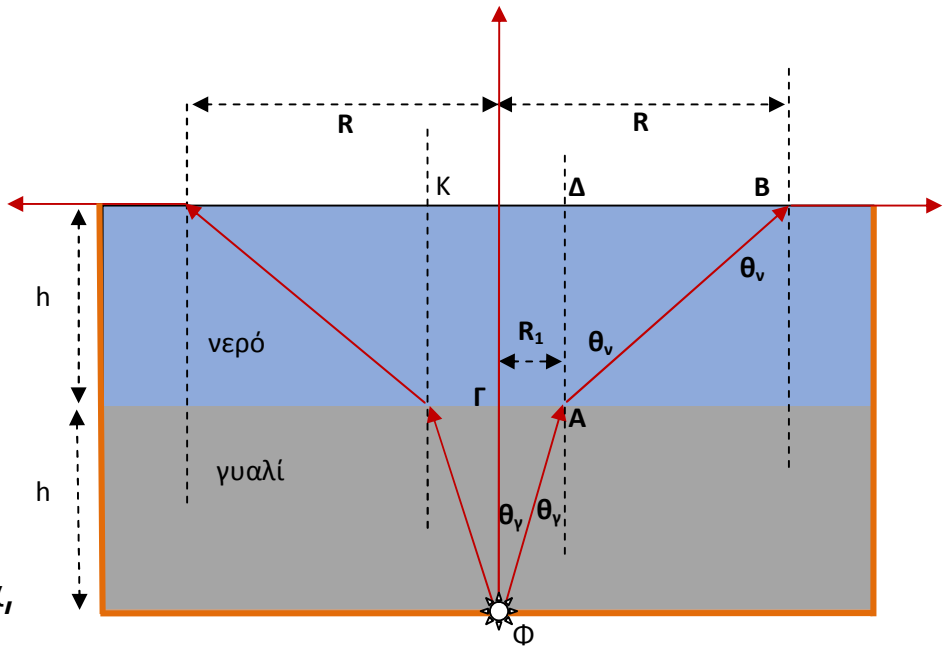
ΛΥΣΕΙΣ

1) **Σωστή απάντηση είναι η (β)**



Στο σημείο Β η γωνία θ_ν είναι η κρίσιμη γωνία, άρα:

$$n_\nu \, \eta\mu\theta_\nu = n_{\alpha\acute{\varepsilon}\rho\alpha} \, \eta\mu 90^o \Leftrightarrow \eta\mu\theta_\nu = \frac{1}{n_\nu} \quad (1)$$

Ομοίως εφαρμόζοντας Snell στο σημείο Α:

$$n_\gamma \, \eta\mu\theta_\gamma = n_\nu \, \eta\mu\theta_\nu \Leftrightarrow \eta\mu\theta_\gamma = \frac{n_\nu}{n_\gamma}\eta\mu\theta_\nu \overset{(1)}{\Leftrightarrow} \eta\mu\theta_\gamma = \frac{1}{n_\gamma}$$

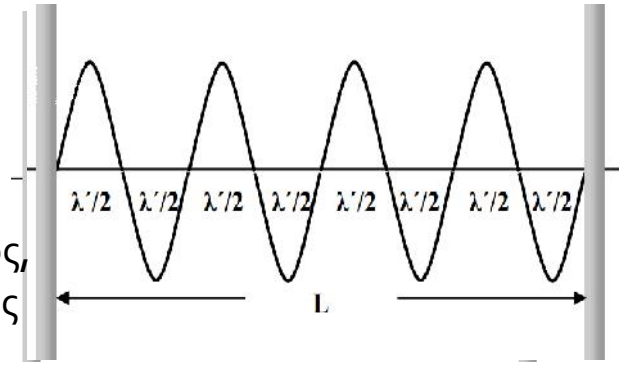
Στο τρίγωνο ΦΑΓ:

$$\eta\mu\theta_\gamma = \frac{A\Gamma}{A\Phi} = \frac{R_1}{\sqrt{R_1^2 + h^2}} = \frac{1}{n_\gamma} \Leftrightarrow R_1 = \frac{h}{\sqrt{n_\gamma^2 - 1}}$$

Στο τρίγωνο ΑΔΒ: $\eta\mu\theta_\nu = \frac{\Delta B}{AB} = \frac{R-R_1}{\sqrt{(R-R_1)^2+h^2}} = \frac{1}{n_\nu} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow R-R_1 = \frac{h}{\sqrt{n_\nu^2-1}} \Leftrightarrow R = \frac{h}{\sqrt{n_\gamma^2-1}} + \frac{h}{\sqrt{n_\nu^2-1}} \Leftrightarrow R = h\left(\frac{1}{\sqrt{n_\gamma^2-1}} + \frac{1}{\sqrt{n_\nu^2-1}}\right)$$

2) **Α) Σωστή απάντηση η (β)**



Όπως φαίνεται στο σχήμα και με βάση ότι η απόσταση μεταξύ δυο διαδοχικών δεσμών είναι ίση με το μισό του μήκους κύματος, προκύπτει ότι το μήκος της χορδής είναι ίσο με $L = \frac{4\lambda}{2} \Leftrightarrow L = 2\lambda$ *(1)*

Β) Σωστή απάντηση η (α)

Όπως φαίνεται από το σχήμα θα ισχύει : $L = \frac{8\lambda'}{2} \Leftrightarrow L = 4\lambda'$ *(2)*

Από τις (1) και (2) προκύπτει :

$2\lambda = 4\lambda' \Leftrightarrow \lambda = 2\lambda'$.

Επειδή η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων, δημιουργούν το στάσιμο δεν μεταβάλλεται, αφού δεν αλλάζει το μέσο διάδοσης, η παραπάνω σχέση γίνεται: $\frac{3}{f} = 2\frac{3}{f'} \Leftrightarrow f' = 2f$

Πρόβλημα

A_1) Κατά τη διάρκεια της κατακόρυφης κίνησης του σώματος, για το μεταφορικό κομμάτι ισχύει:

$\Sigma F = m\alpha_{CM} \Leftrightarrow W - T = m\alpha_{CM} \Leftrightarrow mg - T = m\alpha_{CM}$ (1)

Ενώ για το περιστροφικό, αντίστοιχα, έχουμε:

$$\Sigma\tau = I\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow T\cdot r = \frac{1}{2}mR^2\alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow T\cdot r = \frac{1}{2}mR^2\frac{\alpha_{CM}}{r} \Leftrightarrow T = \frac{mR^2\alpha_{CM}}{2r^2} \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) παίρνουμε:

$$mg - \frac{mR^2\alpha_{CM}}{2r^2} = m\alpha_{CM} \Leftrightarrow \alpha_{CM} + \alpha_{CM}\frac{R^2}{2r^2} = g \Leftrightarrow \alpha_{CM}\left(1+\frac{R^2}{2r^2}\right) = g \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \alpha_{CM} = \frac{g}{1+\frac{R^2}{2r^2}} \Leftrightarrow \alpha_{CM}\left(1+\frac{R^2}{2r^2}\right) = g \Leftrightarrow \alpha_{CM} = \frac{g}{1+\frac{R^2}{2r^2}} \Leftrightarrow \alpha_{CM} = \frac{10}{33} m/s^2$$

Η γωνιακή επιτάχυνση του γιο-γιο είναι:

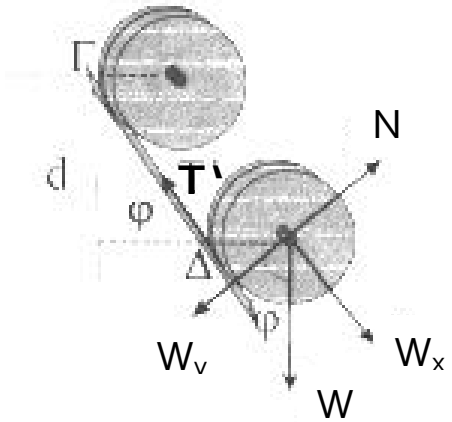
$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{\alpha_{CM}}{r} = \frac{1000}{99} r/s^2 .$$

A_2) Το όριο θραύσης του νήματος είναι T_Θ = 200N και η τάση του νήματος δίνεται από τη σχέση (2) : $T = \frac{mR^2}{2r^2}\alpha_{CM}$

Για να σπάσει το νήμα πρέπει:

$$T \geq T_\Theta \Leftrightarrow \frac{mR^2}{2r^2}\alpha_{CM} \geq T_\Theta \Leftrightarrow m \geq \frac{2T_\Theta r^2}{\alpha_{CM}R^2} \Leftrightarrow m \geq 20{,}625 kg$$

άρα πρέπει m = 20,625 kg



B_1) Κατά την κίνηση στο κεκλιμένο επίπεδο έχουμε:

Για το μεταφορικό κομμάτι :

$$\Sigma F_x = m\alpha'_{CM} \Leftrightarrow W_x - T' = m\alpha'_{CM} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow mg\eta\mu\varphi - T' = m\alpha'_{CM} \quad (3)$$

Για το περιστροφικό κομμάτι :

$$\Sigma\tau = I\cdot\alpha'_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow T'\cdot R = I\cdot\alpha'_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow T'\cdot R = \frac{1}{2}mR^2\frac{\alpha'_{CM}}{R} \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow T' = \frac{1}{2}m\alpha'_{CM}$ (4). A®ó ²§s ±¡ é±£§s (3) ©~§ (4) ®~í°¬-³«£ :

$$mg\,\eta\mu\varphi - \frac{1}{2}m\alpha'_{CM} = m\alpha'_{CM} \Leftrightarrow mg\,\eta\mu\varphi = \frac{3}{2}m\alpha'_{CM} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \alpha'_{CM} = \frac{2}{3}g\,\eta\mu\varphi \Leftrightarrow \alpha'_{CM} = \frac{10}{3} m/\sec^2$$

Επίσης είναι : $\alpha'_{CM} = \alpha'_{\gamma\omega\nu} R \Leftrightarrow \alpha'_{\gamma\omega\nu} = \frac{\alpha'_{CM}}{R} = \frac{1000}{72} r/s^2$

Από τη σχέση (4) βρίσκουμε : $T' = \frac{1}{2} \cdot 20,625 \cdot \frac{10}{3} = 34,375N$

B_2) Θεωρώντας ότι το επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας περνά από το σημείο Γ, η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας στη διαδρομή ΑΓ δίνει:

$U_A + K_A = U_\Gamma + K_\Gamma \Leftrightarrow U_A = K_\Gamma \Leftrightarrow K_\Gamma = mgh = 247,5J$

Θεωρώντας ότι το επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας περνά από το σημείο Δ και εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για τη διαδρομή ΑΔ έχουμε:

$U_A + K_A = U_\Delta + K_\Delta \Leftrightarrow U_A = K_\Delta \Leftrightarrow K_\Delta = mg(h+d) = 556,875J$

B_3) Είναι:

$$K_\Gamma = K_{MET} + K_{\Sigma TP} \Leftrightarrow K_\Gamma = \frac{1}{2} m\upsilon_\Gamma^2 + \frac{1}{2} I\omega_\Gamma^2 \Leftrightarrow K_\Gamma = \frac{1}{2} m\upsilon_\Gamma^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{2} mR^2\omega_\Gamma^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow K_\Gamma = \frac{1}{2} m\omega_\Gamma^2 R^2 + \frac{1}{4} m\omega_\Gamma^2 R^2 = \frac{3}{4} mR^2\omega_\Gamma^2 \Leftrightarrow \omega_\Gamma = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{4}{3}\frac{K_\Gamma}{m}} \Leftrightarrow$$

$$\omega_\Gamma = \frac{1}{0,24} \cdot \sqrt{16} \Leftrightarrow \omega_\Gamma = \frac{50}{3} rad/s$$

$$K_\Delta = K_{MET} + K_{\Sigma TP} \Leftrightarrow K_\Delta = \frac{1}{2} m\upsilon_\Delta^2 + \frac{1}{2} I\omega_\Delta^2 \Leftrightarrow K_\Delta = \frac{1}{2} m\upsilon_\Delta^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{2} mR^2 \frac{\upsilon_\Delta^2}{R^2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow K_\Delta = \frac{3}{4} m\upsilon_\Delta^2 \Leftrightarrow \upsilon_\Delta = \sqrt{\frac{4}{3}\frac{K_\Delta}{m}} \Leftrightarrow \upsilon_\Delta = \sqrt{36} = 6m/s$$

B_4) Για τη στροφορμή ισχύει : $L = I \cdot \mu$ «£ $\mu = \mu_\Gamma + \alpha'_{\gamma\omega\nu} t$

Οπότε : $L = \frac{1}{2} mR^2(\mu_\Gamma + \alpha'_{\gamma\omega\nu} t) \Leftrightarrow L = \frac{1}{2} mR^2\mu_\Gamma + \frac{1}{2} mR^2\alpha'_{\gamma\omega\nu} t \Leftrightarrow$

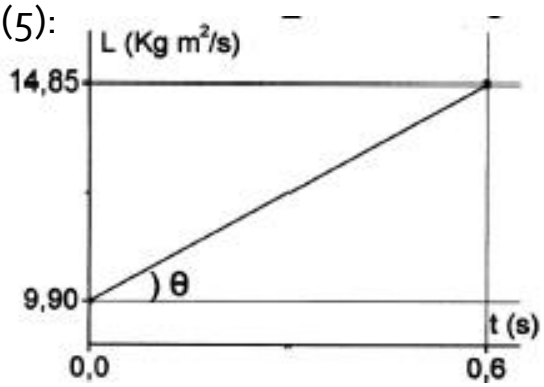
$L = 9,9 + 8,25t$ (5)

B$_5$) Είναι $^3{}_\Delta = \mu_\Delta R \Leftrightarrow \mu_\Delta = \frac{^3{}_\Delta}{R} = 25\frac{rad}{\sec}$

Άρα $L_\Delta = \mathrm{I} \cdot \mu_\Delta \Leftrightarrow L_\Delta = \frac{1}{2} m R^2 \mu_\Delta \Leftrightarrow L_\Delta = 14{,}85\, kg\, \frac{m^2}{\sec}$

Επομένως το γιο-γιο περνά από τη θέση Δ τη χρονική στιγμή t_1 που προσδιορίζεται από τη σχέση (5):

$L = 9{,}9 + 8{,}25t \Leftrightarrow t_\Delta = 0{,}6 \sec$



Επομένως :

για t=0 είναι $L_\Gamma = 9{,}9$ kg m^2/s

και για t=0,6s $L_\Delta = 14{,}85$ kg m^2/s

Η κλίση του διαγράμματος είναι

$£^{\cdot\cdot -} = \frac{\Delta L}{\Delta t} = 8{,}25\ N \cdot m$

και εκφράζει τη συνισταμένη ροπή που δέχεται το στερεό

Από το Φυσικό Τμήμα των Φροντιστηρίων
Πουκαμισάς Ηρακλείου συνεργάστηκαν :
Γ. Μαραγκάκης , Ζ. Μαυρομανωλάκης ,
Ν. Μπρίγγος, Α. Τσιπράς